ORSAY
N° d'ordre :

UNIVERSITE DE PARIS-SUD

— Centre d'Orsay —

THESE

présentée

Pour obtenir

Le titre de Docteur 3ème Cycle

SPECIALITE : **OPTIQUE**

par

Laurence PICHON

SUJET DE LA THESE :

TRAITEMENT OPTIQUE D'INFORMATIONS EN TEMPS REEL SUR DES SUPPORTS PHOTOSENSIBLES D'OXYDE DE BISMUTH SILICIUM. CORRELATION DE SIGNAUX BIDIMENSIONNELS.

soutenue le 3 Juillet 1981 devant la Commission d'examen

MM.	S. LOWENTHAL	Président
	J.P. HUIGNARD	Examinateur
	P. CHAVEL	Examinateur
	P. LECLERC	Examinateur
	J.P. BUDIN	Examinateur
	J.P. CHRISTY	Invité

ORSAY
N° d'ordre :

UNIVERSITE DE PARIS-SUD

— Centre d'Orsay —

THESE

présentée

Pour obtenir

Le titre de Docteur 3ème Cycle

SPECIALITE : **OPTIQUE**

par

Laurence PICHON

SUJET DE LA THESE :

TRAITEMENT OPTIQUE D'INFORMATIONS EN TEMPS REEL SUR DES SUPPORTS PHOTOSENSIBLES D'OXYDE DE BISMUTH SILICIUM. CORRELATION DE SIGNAUX BIDIMENSIONNELS.

soutenue le 3 Juillet 1981 devant la Commission d'examen

MM.	S. LOWENTHAL	Président
	J.P. HUIGNARD	Examinateur
	P. CHAVEL	Examinateur
	P. LECLERC	Examinateur
	J.P. BUDIN	Examinateur
	J.P. CHRISTY	Invité

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

R E M E R C I E M E N T S

= = = = = = = = = = = = =

Je remercie Monsieur S. LOWENTHAL, Professeur à la Faculté des Sciences d'Orsay, d'avoir accepté la présidence du jury.

Mes vifs remerciements vont à Monsieur P. CHAVEL, Chargé de Recherches à l'Institut d'Optique Théorique et Appliquée pour sa participation au jury ainsi que pour ses conseils et remarques lors de la mise en forme définitive du manuscrit.

Je tiens à remercier Monsieur J.P. BUDIN, Chef du département "Dispositifs Optiques et Technologie" du C.N.E.T. qui m'a fait l'honneur de participer au jury.

J'exprime mes très vifs remerciements à la Compagnie THOMSON-CSF pour les moyens mis à ma disposition pour réaliser cette thèse ; en particulier, qu'il me soit permis de remercier Monsieur P. LECLERC, Chef de Groupe au Laboratoire Central de Recherches de THOMSON-CSF, pour avoir bien voulu faire partie du jury.

Je remercie la Direction des Recherches et Etudes Techniques dont le soutien financier a été déterminant pour mener à bien cette étude et j'adresse en particulier mes remerciements à Monsieur J.P. CHRISTY pour l'intérêt qu'il a manisfesté pour cette recherche.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41547321_0035

Je voudrais témoigner ici de ma reconnaissance envers Monsieur J.P. HUIGNARD, Chef de la Cellule "Composants et Technologie Optiques" au Laboratoire Central de Recherches THOMSON-CSF, qui a dirigé ce travail.

Je tiens à remercier Monsieur G. ILLIAQUER, Technicien au Laboratoire pour sa collaboration, ainsi que Monsieur P. AUBOURG pour les encouragements et conseils qu'il m'a prodigués.

Mes remerciements vont également à tous les membres de la cellule "Composants et Technologie Optiques" pour la qualité de leur accueil.

Enfin, je remercie vivement Madame G. ECHARD qui a assuré avec efficacité et patience la dactylographie de cette thèse.

Laurence PICHON.

SOMMAIRE

INTRODUCTION

I - MECANISME DES EFFETS PHOTOINDUITS ET ENREGISTREMENT HOLOGRAPHIQUE DANS LES CRISTAUX DE Bi_{12} Si O_{20}

I.1. - Processus de transfert de charge

I.2. - Effet électro-optique linéaire

2.a. Effet électro-optique - Changement d'indice

2.b. Activité optique

I.3. - Champ de charge d'espace sous illumination non uniforme

I.4. - Enregistrement et effacement d'un réseau holographique photo-induit.

4.a. Principe d'enregistrement holographique

4.b. Rendement de diffraction

4.c. Effacement du réseau photo-induit.

4.d. Cycle inscription-effacement - Energie d'inscriptio

I.5. - Résumé des propriétés caractéristiques.

I.6. - Restitution du front d'onde.

6.a. Lecture avec changement de longueur d'onde

6.b. Lecture par génération de front d'onde conjugué.

II - PROPRIETES DE POLARISATION DES CRISTAUX BSO

II.1. - Formalisme de Tabor et Chen

II.2. - Matrice de transfert du BSO

2.a. Valeurs propres et vecteurs propres

2.b. Matrice de transfert

II.3. - Fonctions propres de la matrice de transfert M_T du BSO

II.4. - Etude des états de polarisation des ondes diffractées par un réseau de phase élémentaire enregistré dans un cristal BSO.

4.a. Calcul théorique

4.b. Etude expérimentale

II.5. - Comparaison des résultats

III - CORRELATION DE SIGNAUX EN TEMPS REEL DANS LES CRISTAUX BSO

III.1. - Principe de la méthode

III.2. - Dispositif expérimental de "mixage deux ondes"

2.a. Dispositif expérimental

2.b. Résultats expérimentaux

III.3. - Corrélation de signaux réalisée dans un dispositif de "mixage quatre ondes"

3.a. Dispositif expérimental

3.b. Résultats expérimentaux

IV - DIFFERENTS DISPOSITIFS COMPLETANT LE SYSTEME DE CORRELATION DE SIGNAUX BIDIMENSIONNELS

IV.1. - Introduction de données en temps réel dans un "corrélateur" à l'aide d'un transducteur électro-optique

1.a. Caractéristiques principales de la cellule BSO/Cristal liquide.

2.b. Introduction des informations en éclairage incohérent dans le "corrélateur".

1.c. Introduction des informations en éclairage cohérent.

IV.2. - Dispositif de suppression des aberrations de phase

2.a. Principe de suppression des aberrations.

2.b. Dispositif expérimental et résultats.

CONCLUSION

PLANCHES

BIBLIOGRAPHIE

ANNEXES

INTRODUCTION

Le traitement d'informations par voie optique permet d'analyser en parallèle des données et de traiter un grand nombre de points. On peut également l'employer pour réaliser aisément des opérations mathématiques telles que la transformation de Fourier.

Les premières expériences de traitement optique en parallèle utilisaient essentiellement les méthodes d'holographie sur plaques haute sensibilité ; cependant, la technologie relative à l'enregistrement et au développement de celles-ci, ainsi que le temps requis pour ces opérations rendent ces dispositifs peu maniables.

Le développement de nouveaux ensembles de traitement d'informations en parallèle nécessite l'emploi de supports fonctionnant en temps réel, tant pour le traitement des données que pour leur introduction. Des études consacrées aux matériaux électro-optiques photosensibles, réalisées au laboratoire, ont mis en évidence les principaux effets présents dans des milieux tels que les oxydes de bismuth silicium de formule $Bi_{12}SiO_{20}$ (BSO).
Ces monocristaux électro-optiques et photosensibles constituent des supports de sensibilité élevée et possèdent de par leurs propriétés physiques les qualités requises pour un fonctionnement en temps réel dans des dispositifs holographiques.

L'objet de cette étude a été d'adapter ces matériaux, en outre continûment recyclables, dans un système de traitement optique d'informations fonctionnant en temps réel.

Nous présentons dans le premier chapitre de ce mémoire les mécanismes mis en jeu pour l'enregistrement et l'effacement de réseaux photoinduits dans les monocristaux de BSO et décrivons les propriétés qui en font un support adapté au fonctionnement en temps réel dans un dispositif de traitement d'informations.

Dans une seconde partie, nous étudierons les propriétés de polarisation de ces matériaux anisotropes et montrerons qu'elles permettent d'améliorer le rapport signal à bruit.

Nous exposerons ensuite le principe de la corrélation en temps réel sur support électro-optique photosensible ainsi que les réalisations expérimentales.

Le quatrième chapitre sera consacré à l'étude de deux dispositifs annexes, l'un permettant l'introduction de données en temps réel dans le "corrélateur", de manière globale ou séquentielle, l'autre la suppression des aberrations de phase.

Enfin, dans une conclusion générale, nous soulignerons les principaux résultats acquis au cours de ce travail.

I - MECANISME DES EFFETS PHOTOINDUITS ET ENREGISTREMENT HOLOGRAPHIQUE DANS LES CRISTAUX DE Bi_{12} Si O_{20}

I.1. - PROCESSUS DE TRANSFERT DE CHARGE

L'effet de changement d'indice dans les cristaux électro-optiques et photoconducteurs de Bi_{12} Si O_{20} (BSO) est lié à la présence dans ce matériau de centres photo-excitables (centres donneurs) capables de générer des photoporteurs sous illumination locale I_0. Les photoporteurs générés migrent dans la bande de conduction sous l'action d'un champ électrique appliqué sur une distance moyenne L avant d'être repiégés sur un centre accepteur. Les expériences menées par S.L. HOU[1], confirment que les charges en mouvement sont des électrons.

Dans le cas d'un éclairement inhomogène du cristal, ce déplacement de charges induit un champ de charge d'espace dans le volume du matériau. Cette variation de champ électrique photoinduite module l'indice de réfraction du matériau par effet électro-optique linéaire. Ces deux effets permettent d'enregistrer un hologramme de phase dans le volume du matériau.

Le schéma de principe relatif au mécanisme de génération du champ de charge d'espace est indiqué sur la figure 1.

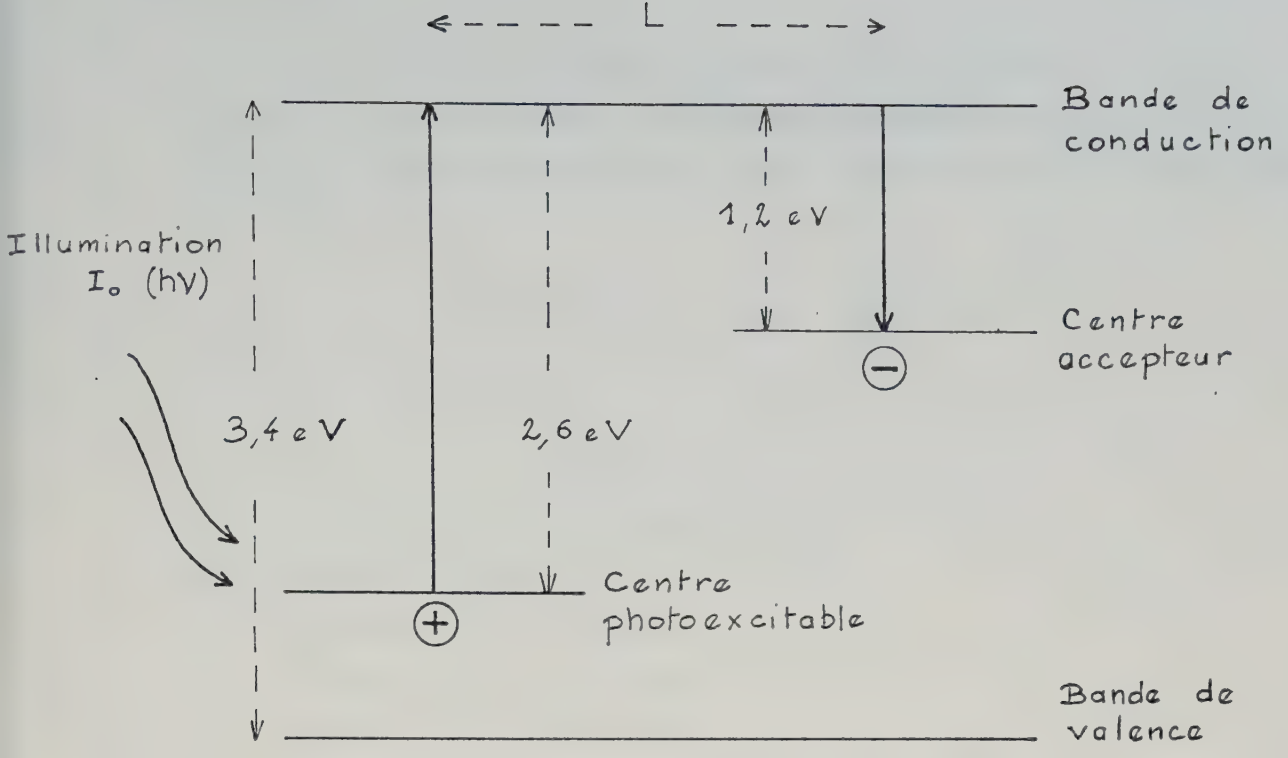


FIGURE 1

Mécanisme des effets photo induits

Excitation - Migration - Repiégeage.

Le déplacement des charges photo-excitées s'effectue principalement sous l'action des deux effets suivants :

- "diffusion" isotrope des porteurs sur une distance moyenne L_D sous illumination non uniforme.
- "drift" sous l'action d'un champ E_o appliqué sur une distance moyenne L_d.

Les longueurs moyennes de migration (L) par "drift" ou "diffusion" avant repiégeage des photoporteurs sur des centres accepteurs, sont données par les relations suivantes :

- "Diffusion" : $L_D = \left(\frac{kT}{e} \mu \tau\right)^{1/2}$

- "Drift" : $L_d = \mu \tau E_o$

μ : mobilité des charges photo-excitées
τ : durée de vie avant repiégeage
E_o : champ appliqué
k : constante de Boltzmann
T : température du cristal
e : charge de l'électron

Selon les mesures effectuées[2], on obtient les valeurs suivantes de "diffusion" (champ E_o nul) et de "drift" (pour un champ appliqué E_o de 6 kV/cm):

$$L_D \simeq 0{,}5\ \mu m \quad \text{et} \quad L_d \simeq 8\ \mu m \qquad (2)$$

On remarque que dans le cas du BSO les longueurs de migration des photo-électrons sont comparables ou supérieures au pas des franges obtenues par interférence de deux ondes planes ($\Lambda \simeq 0{,}5\ \mu m$ à 5 µm), la charge d'espace est donc donnée par la répartition inhomogène d'ions positifs (centres photoexcitables) dont la mobilité est très faible. C'est cette particularité de ces monocristaux qui conditionne la bonne photosensibilité à l'inscription et l'effacement holographique[3].

I.2. - EFFET ELECTRO-OPTIQUE LINEAIRE

2.a. Effet électro-optique - Changement d'indice

Le tenseur électro-optique du cristal BSO s'écrit, du fait de la nature cristalline (classe 2 3) de ce matériau, sous la forme d'une matrice 6 x 3 où seuls les coefficients r_{41}, r_{52} et r_{63} sont non nuls.

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ r_{41} & 0 & 0 \\ 0 & r_{52} & 0 \\ 0 & 0 & r_{63} \end{pmatrix}$$

où r_{41} : coefficient électro-optique linéaire

$r_{41} = r_{52} = r_{63}$

$r_{41} = 3{,}42 \cdot 10^{-10}$ cm V^{-1}

(λ = 514 nm)

L'application d'un champ au cristal fait donc apparaître des axes de biréfringence.
Cherchant à réaliser un modulateur transverse, nous avons le choix entre deux configurations électro-optiques qui sont décrites ci-après.

Considérons la configuration suivante :

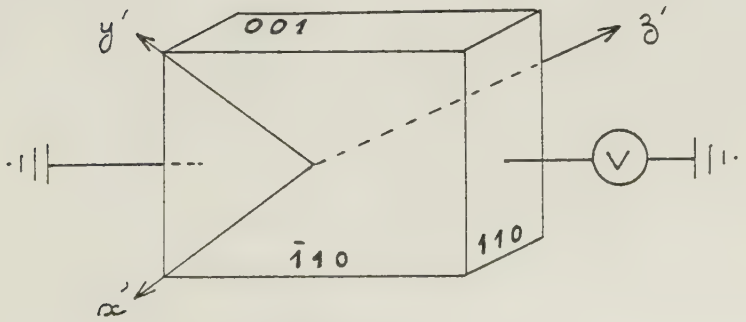


FIGURE 2

Le champ extérieur E_o est appliqué perpendiculairement aux faces 110 du cristal et les axes de biréfringence x' et y' sont orientés à $\pm \frac{\pi}{4}$ de l'axe vertical. (4)
Les indices de réfraction suivant les différents axes sont :

$$\begin{cases} n_{x'} = n_o + \frac{1}{2} n_o^3 r_{41} E_o \\ n_{y'} = n_o - \frac{1}{2} n_o^3 r_{41} E_o \end{cases}$$

où n_o : indice de réfraction du cristal (sans champ) = 2,5

r_{41} : coefficient électro-optique linéaire

La variation d'indice ainsi induite est une fonction linéaire du champ appliqué (effet Kerr) et la variation globale de biréfringence, susceptible de modifier la phase d'une onde lumineuse dont le vecteur champ électrique est situé dans le plan $\bar{1}10$, est donnée par :

$$\Delta n = |n_{x'} - n_{y'}| = n_o^3 r_{41} E_o$$

Dans la seconde configuration représentée en figure 3 :

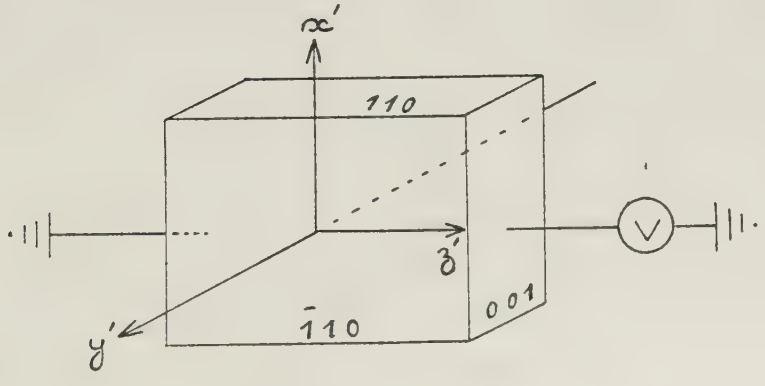


FIGURE 3

le champ $\vec{E}_o$ est perpendiculaire aux faces 001 du cristal, créant ainsi les axes x' (orienté verticalement dans le plan $\bar{1}10$) et y' (orienté perpendiculairement à la face $\bar{1}10$), dont les indices de réfraction sont : (4)

$$\begin{cases} n_{x'} = n_o + \frac{1}{2} n_o^3 r_{41} E_o \\ n_{y'} = n_o - \frac{1}{2} n_o^3 r_{41} E_o \\ n_{z'} = n_o \end{cases}$$

Dans ce cas, seule la variation suivant x' intervient et nous avons :

$$\Delta n = |n_{x'} - n_o| = \frac{1}{2} n_o^3 r_{41} E_o$$

La première configuration électro-optique transverse (figure 2) sera plus volontiers retenue en holographie puisqu'elle permet d'engendrer une modulation d'indice Δn supérieure à celle de la seconde configuration.

2.b. Activité optique

Le monocristal de BSO est optiquement actif. Son pouvoir rotatoire par unité de longueur, ρ_o, varie en fonction de la longueur d'onde.
Typiquement, nous avons mesuré les valeurs suivantes :

λ = 514,5 nm	ρ_o = + 39°/mm
λ = 632,8 nm	ρ_o = + 22°/mm

L'action importante de l'activité optique, conjuguée à celle de la biréfringence induite, agit sur les états de polarisation des ondes lumineuses traversant le cristal et fera l'objet d'une étude ultérieure.

I.3. - CHAMP DE CHARGE D'ESPACE SOUS ILLUMINATION NON UNIFORME

Une répartition spatiale d'intensité lumineuse I (x y z) induit dans le monocristal BSO un champ de charge d'espace E_{sc} qui se déduit de la densité de charge ρ (x y z) par combinaison de la relation de continuité et de la relation de Poisson :

$$\text{div } \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

$$\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon}$$

L'intensité lumineuse variant selon x uniquement dans la plupart des cas, le problème se réduit à une seule dimension et nous obtenons la relation suivante pour le champ de charge d'espace :

$$\frac{\partial E_{sc}\ (x,t)}{\partial x} = -\ \frac{1}{\varepsilon} \int_{o}^{t} \frac{\partial J\ (x,t')}{\partial x}\ dt'$$

Les relations précédentes permettent en principe le calcul du champ de charge d'espace photoinduit ; la répartition de ce dernier est complexe et le calcul n'est aisé que dans l'hypothèse des temps courts ou celle des temps longs (saturation du phénomène) ; nous en donnerons une expression simple dans le cas d'un enregistrement holographique.

I.4. - ENREGISTREMENT ET EFFACEMENT D'UN RESEAU HOLOGRAPHIQUE PHOTOINDUIT

4.a. Principe d'enregistrement holographique d'un réseau élémentaire

L'enregistrement holographique d'un réseau élémentaire s'obtient par interférence de deux ondes planes de vecteurs d'onde $\vec{k}_1$ et $\vec{k}_2$; la répartition spatiale d'intensité est alors :

$$I(x) = I_o (1 + m \cos K.x)$$

où $I_o = I_1 + I_2$ Intensité lumineuse incidente

$$m = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}$$ Taux de modulation des franges

$$K = \frac{2\pi}{\Lambda} \qquad \vec{K} = \vec{k}_1 - \vec{k}_2$$ Vecteur d'onde spatial

$$\Lambda = \frac{\lambda}{2 \sin \theta_o}$$ Pas des franges

La configuration d'enregistrement est la suivante (figure 4) :

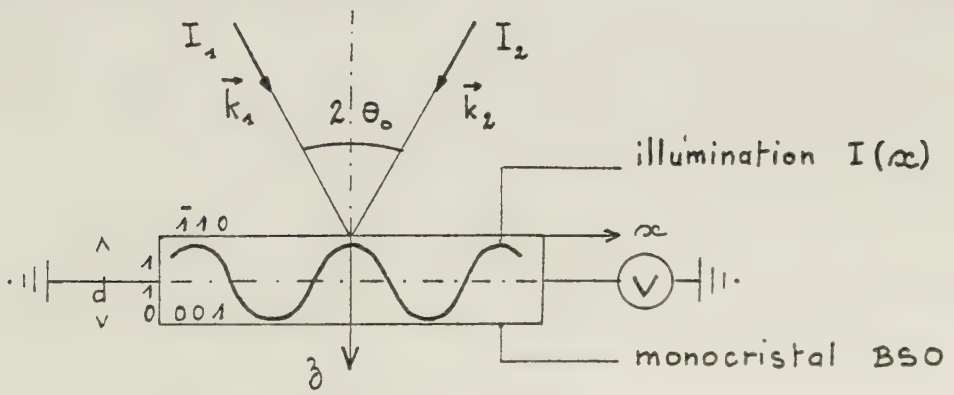


FIGURE 4

L'illumination non uniforme I (x) telle que $I(x) = I_o (1 + m \cos Kx)$ génère une densité de charge $\rho(x)$ et par conséquent un champ de charge d'espace E_{sc} dans le volume du cristal ; ce champ modifie localement l'indice par effet électro-optique linéaire et l'on obtient une modulation d'indice n (x) de profil identique à celui de l'illumination incidente I (x).

La distribution spatiale de charge, sous illumination sinusoïdale, s'écrit au début de l'enregistrement holographique :

$$\rho = \rho_o \text{ m.t. } \cos Kx$$

où

$$\rho_o = \frac{\alpha \; I_o \; \beta \; e}{h \; \nu}$$

β : efficacité quantique

αI_o : intensité absorbée par le cristal à la longueur d'onde d'enregistrement

e : charge de l'électron

L'expression du champ de charge d'espace photo-induit E_{sc}, déduite de l'équation de Poisson, s'écrit au début de l'enregistrement :

$$E_{sc} \simeq \frac{e}{\varepsilon} \cdot \frac{\text{m.t. } \alpha \; I_o . \; \beta}{h \; \nu} \cdot \frac{1}{K} \cdot \sin(K \; x) \qquad (2)$$

Lors de l'enregistrement le champ électrique externe est appliqué transversalement à la direction moyenne des franges d'interférences (configuration transverse) (figure 5). Pour optimiser l'effet électro-optique, ce champ doit être appliqué perpendiculairement à la face 110 du monocristal BSO, selon le schéma suivant :

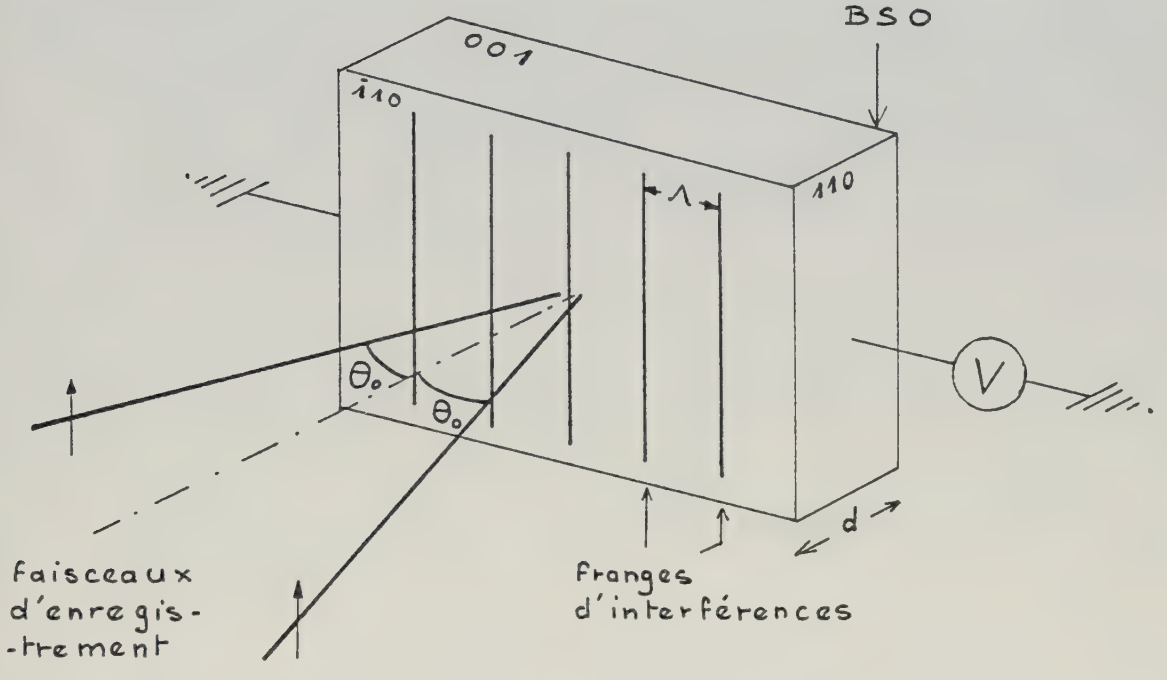


FIGURE 5

Configuration électrooptique transverse

4.b. Rendement de diffraction

Sous illumination non uniforme, le champ de charge d'espace E_{sc}, photoinduit dans le cristal, génère par effet électro-optique linéaire une modulation de biréfringence Δn dans le matériau d'épaisseur d, telle que :

$$\Delta n\ (x) = R\ E_{sc}\ (x)$$

Cette modulation d'indice est équivalente à une structure de phase diffractante enregistrée dans le volume du cristal.

Le rendement de diffraction d'un tel réseau relu par un faisceau annexe, est défini par le rapport entre l'intensité du faisceau diffracté, I_d, et l'intensité du faisceau directement transmis en l'absence d'hologramme.
L'expression du rendement de diffraction du réseau de phase photo-induit est donnée par la relation de Kogelnik [5] (théorie des ondes couplées), valable dans les milieux épais présentant un coefficient d'absorption α à la longueur d'onde d'inscription λ.

$$\eta = e^{-\alpha d} \sin^2 \left(\frac{\Pi . d . \Delta n}{\lambda . \cos \theta} \right)$$

où 2θ est l'angle entre les faisceaux d'inscription dans le matériau.

Dans toutes les expériences réalisées, nous sommes dans le cas de faibles rendements de diffraction, $\eta < 10\ \%$, aussi pouvons nous écrire :

$$\eta \simeq e^{-\alpha d} \left(\frac{\Pi . d . \Delta n}{\lambda \cos \theta} \right)^2$$

4.c. Effacement du réseau photo-induit

Lorsque le cristal est éclairé uniformément, le champ de charge d'espace photoinduit à l'enregistrement tend à relaxer par redistribution homogène des photoporteurs. La constante de temps de relaxation τ_r, s'exprime en fonction de la constante diélectrique ε et de σ , conductivité du cristal sous illumination.

$$\tau_r = \frac{\varepsilon}{\sigma}$$

où $\sigma = \sigma_o + C\ I_o$

avec σ_o : conductivité du cristal dans l'obscurité

et I_o : densité de puissance lumineuse incidente (I_o en W cm^{-2})

Pour un cristal d'épaisseur d = 1 cm éclairé à la longueur d'onde λ = 514,5 nm, nous avons :

$$\sigma = 1{,}6.10^{-15} + 7{,}3.10^{-8}.I_o \quad \Omega^{-1}\ cm^{-1} \qquad (2)$$

Le temps de relaxation est inversement proportionnel à l'intensité lumineuse I_o. L'ordre de grandeur de τ_r est de quelques dizaines de millisecondes pour une puissance incidente de 15 mW cm^{-2}.
D'autre part, dans l'obscurité (I_o = 0) le champ de charge d'espace décroît avec une constante de temps qui correspond à la relaxation diélectrique du matériau :

$$\tau_{r_o} = \frac{\varepsilon}{\sigma_o}$$

La valeur de τ_{r_o} est d'environ une vingtaine d'heures.

4.d. Cycle inscription effacement et énergie d'inscription

Le matériau étant inscriptible et effaçable par éclairage uniforme, nous observons des cycles inscription-effacement au cours des enregistrements et lectures successifs.
Sous illumination uniforme d'une onde de lecture de même longueur d'onde que celle de l'enregistrement, un cycle inscription-effacement symétrique est obtenu, les temps de montée (inscription) et descente (effacement par lecture), étant fonction du champ électrique appliqué E_o, du pas des franges enregistrées Λ , mais étant pratiquement indépendants de la puissance incidente P_i, dès que celle-ci est supérieure ou égale à quelques mW/cm^2.

Nous avons typiquement, dans les conditions expérimentales suivantes :

$P_i = 15\ mW.cm^{-2}$
$\lambda = 514,5\ nm$
$\Lambda = 2,5\ \mu m$
$E_o = 6\ kV/cm$
$d = 3\ mm$

le cycle symétrique indiqué sur la figure 6, avec :

$t_1 \simeq t_2$: 10 - 100 ms

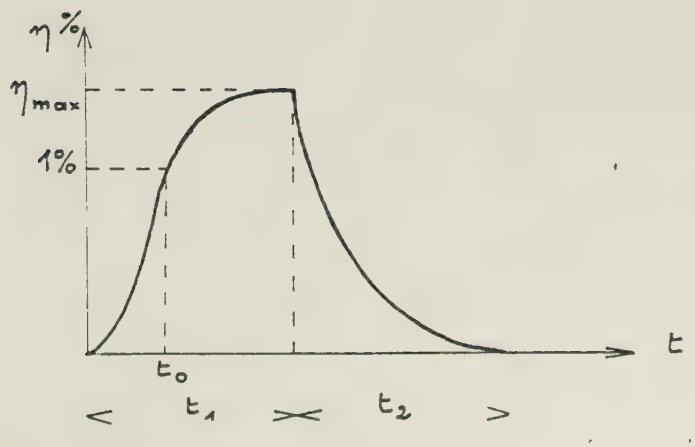


FIGURE 6

Lorsque l'onde de lecture a une longueur d'onde différente de celle de l'enregistrement, on peut visualiser dans les cycles, le niveau de saturation correspondant au rendement maximum η_{max}.

La valeur maximale de η varie comme le carré du champ appliqué E_o lorsque le pas des franges est supérieur à 3 µm.

D'autre part, aucun effet de fatigue lié à la réversibilité du cycle inscription-effacement n'est observé dans le monocristal BSO.

Selon le cycle d'inscription (figure 6), l'énergie nécessaire à l'inscription holographique d'un réseau élémentaire dans le BSO ($S^{-1} = P_i \cdot t_o$), dont le rendement de diffraction est de 1 %, est :

$$S^{-1} \simeq 100 \ \mu J/cm^2 \ \text{à} \ 500 \ \mu J/cm^2$$

$$\lambda = 488 \text{ nm} - 514 \text{ nm} \quad (\eta = 1 \ \%)$$

I.5. RESUME DES PROPRIETES CARACTERISTIQUES

Les valeurs caractéristiques du monocristal $Bi_{12} Si O_{20}$ sont résumées dans les deux tableaux suivants :

Caractéristiques physiques :

Indice de réfraction à λ = 514,5 nm	$n_o = 2,5$
Conductivité dans l'obscurité	$\sigma_o = 1,6.10^{-15}\ \Omega^{-1}\ cm^{-1}$ (2)
Conductivité sous illumination (I_o en W cm^{-2})	$\sigma = \sigma_o + 7,3.10^{-8} I_o\ \Omega^{-1} cm^{-1}$ (2)
μ = mobilité des charges τ = durée de vie des porteurs avant repiégeage.	$\mu\tau = 1,4.10^{-7}\ cm^2\ V^{-1}$ (2)
Tension demi-onde	V_π = 4,2 kV pour λ = 514 nm V_π = 5,7 kV pour λ = 633 nm
Pouvoir rotatoire par unité de longueur.	ρ_o = 39°/mm pour λ = 514 nm ρ_o = 22°/mm pour λ = 633 nm

Caractéristiques d'utilisation

Temps de relaxation dans l'obscurité	$\tau_{r_o} = \frac{\varepsilon}{\sigma_o} \simeq$ 20 heures
Energie à l'inscription et à l'effacement holographiques	S^{-1} = 100 $\mu J cm^{-2}$ à 500 $\mu J cm^{-2}$ (η = 1 %. λ = 488 - 514 nm)
Domaine spectral d'utilisation (inscription)	$420 < \lambda < 550$ nm
Champ appliqué	$E_o \simeq 6 - 8$ kV cm^{-1}

I.6. RESTITUTION DU FRONT D'ONDE

Il existe différents dispositifs de lecture ; le choix de la méthode de restitution de l'hologramme de volume enregistré dans le BSO doit tenir compte des propriétés d'effacement du cristal et de la nature de l'objet à restituer.

6.a. Lecture avec changement de longueur d'onde

La lecture à la même longueur d'onde que celle utilisée pour l'enregistrement entraîne un effacement quasi immédiat de l'information.

Si on relit avec une longueur d'onde peu absorbée par le cristal, la conductivité de celui-ci est faible ($\sigma \simeq \sigma_o$) et par conséquent le temps de relaxation augmente ; dans ces conditions le réseau n'est pas effacé lors de sa lecture.
Le choix de la longueur d'onde de lecture est guidé par la connaissance de l'absorption en fonction de la longueur d'onde pour le cristal considéré (Planche n° I) ; on utilise habituellement un laser He-Ne de faible puissance (λ = 633 nm ; $\alpha \simeq 0{,}3\ cm^{-1}$). La lecture avec changement de longueur d'onde s'effectue suivant le dispositif représenté ci-dessous (figure 7).

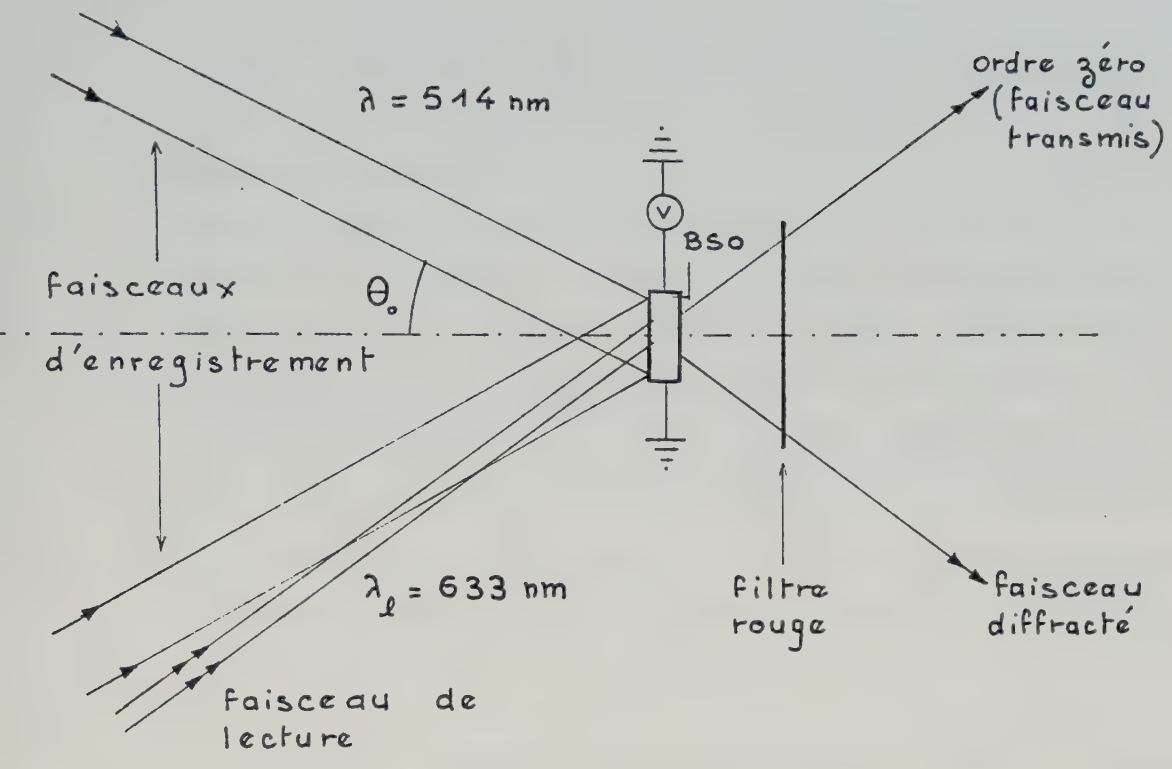


FIGURE 7

L'hologramme de phase étant enregistré dans le volume du BSO, l'angle d'incidence de l'onde de lecture, θ_ℓ, est choisi de manière à vérifier la condition de Bragg imposée par le milieu épais.

$$\sin \theta_\ell = \frac{\lambda_\ell}{\lambda} \sin \theta_o$$

Le rendement de diffraction du réseau de phase épais est déduit de la relation de Kogelnik [5] :

$$\eta = e^{-\alpha d} \sin^2 \left(\frac{\Pi \, d \, \Delta n'}{\lambda \cos \theta} \right)$$

Le changement de longueur d'onde n'est possible que dans le cas de réseaux élémentaires obtenus par l'interférence de deux ondes planes ou lorsque l'angle $2\theta_o$ entre les faisceaux d'inscription est faible. Dans le cas général d'imagerie holographique d'un objet possédant un spectre de fréquences spatiales, cette technique devient insuffisante. En effet, l'angle de Bragg (sélectivité Bragg) étant fonction de la fréquence spatiale Λ^{-1} du réseau photoinduit [2], il en résulte que dans ce cas l'image diffractée ne peut être restituée intégralement en utilisant cette méthode.
Pour palier à cette difficulté, un dispositif de restitution sans changement de longueur d'onde a été utilisé.

6.b. Lecture par génération de front d'onde conjugué

Le principe d'une lecture par génération du front d'onde conjugué, permettant de lire en temps réel l'hologramme pendant son enregistrement, est le suivant : on relit l'hologramme par un faisceau colinéaire et de sens inverse à l'onde de référence.
L'image réelle diffractée se trouve dans le même plan que l'objet et une lame semi réfléchissante S.R. permet d'obtenir une image réelle A' (A' = image conjuguée de A par rapport à la la lame semi). Pour obtenir simplement l'onde de lecture, on peut placer un miroir plan perpendiculairement au faisceau de référence (figure 8).

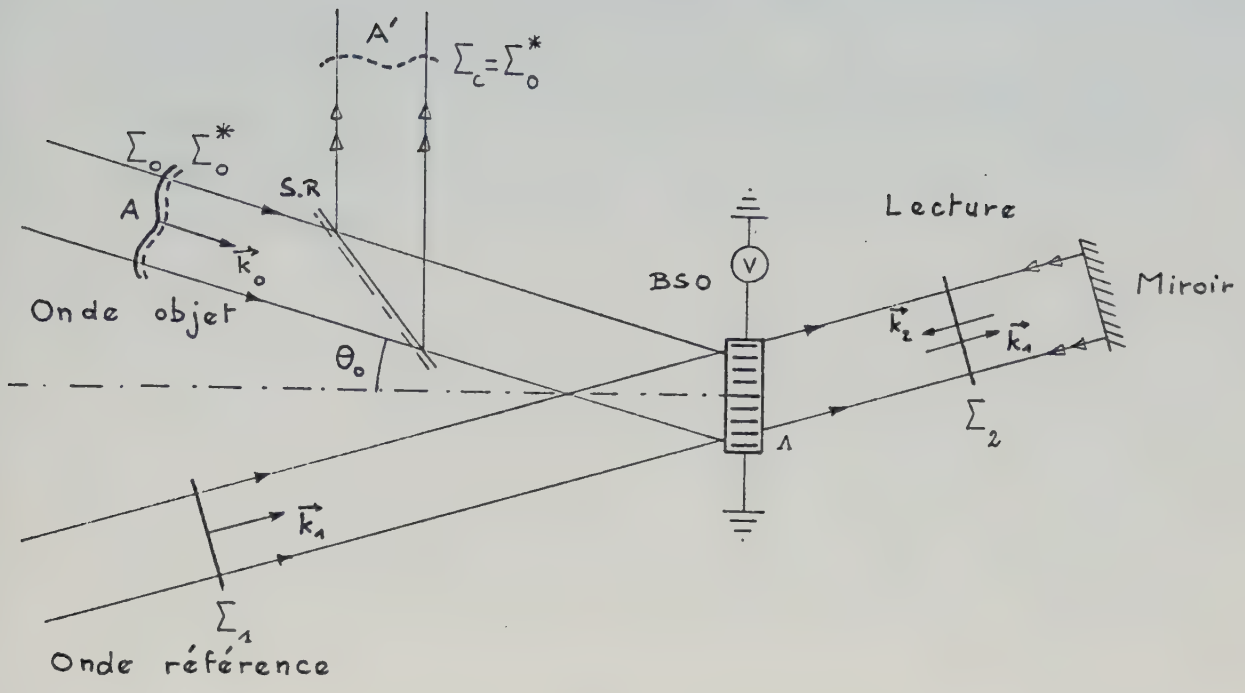


FIGURE 8

Ce processus de diffraction d'onde conjuguée est mis en évidence par le formalisme simple suivant :

L'intensité reçue par le cristal BSO due à l'interférence cohérente de l'onde complexe Σ_o (objet) et de l'onde plane Σ_1 (référence) est :

$$I(x) = || \Sigma_o + \Sigma_1 ||^2$$

$$= || \Sigma_o ||^2 + \Sigma_1^* \Sigma_o + \boxed{\Sigma_1 \Sigma_o^*} + || \Sigma_1 ||^2$$

La relecture simultanée du réseau d'indice avec l'onde $\Sigma_2 = \Sigma_1^*$, obtenue par autocollimation de l'onde référence, diffracte l'onde Σ_c : (figure 8)

$$\Sigma_c = \Sigma_o^* \times (\Sigma_1 . \Sigma_1^*)$$

Une autre interprétation des phénomènes de diffraction en volume est la suivante :
L'interférence de l'onde Σ_1 de vecteur d'onde $\vec{k}_1$ avec une composante de l'onde incidente Σ_o de vecteur d'onde $\vec{k}_o$ crée un réseau de vecteur d'onde spatial $\vec{K}$ satisfaisant à la relation vectorielle :

$$\vec{K} = \vec{k}_1 - \vec{k}_o$$

$$|\vec{K}| = \frac{2\pi}{\Lambda}$$

La relecture du réseau par le vecteur d'onde $\vec{k}_2 = -\vec{k}_1$ diffracte le vecteur d'onde $-\vec{k}_o$. L'ensemble de ces vecteurs satisfait au diagramme vectoriel indiqué sur la figure 9.

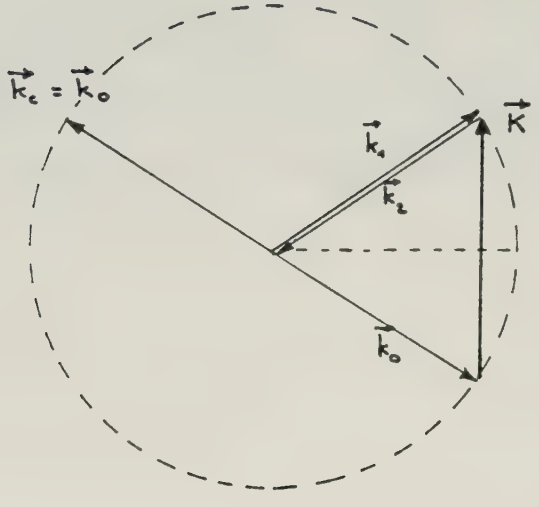


FIGURE 9

On retrouvre sur ce diagramme la description des phénomènes de diffraction employée habituellement un acousto-optique, le vecteur réseau $\vec{K}$ étant dans ce cas particulier généré par une onde acoustique progressive se propageant dans le milieu d'interaction.

L'efficacité de l'interaction à quatre ondes dans les milieux à variation d'indice photo-induite sera exprimée en terme de reflectivité de l'onde conjuguée. Le cristal BSO apparaît selon ce mode de lecture comme une structure optique nouvelle susceptible de conjuguer la phase de toute onde optique incidente Σ_o après "réflexion". La réflectivité ρ de ce "miroir conjugué" est définie par la relation suivante :

$$\rho = \frac{I_c}{I_o}$$

où I_c est l'intensité de l'onde conjuguée diffractée.

I_o intensité de l'onde objet .

CONCLUSION

Les monocristaux électrooptiques photosensibles de BSO permettent l'enregistrement en volume d'hologrammes de phase en quelques dizaines de millisecondes et ne présentent pas d'effet de fatigue au cours des cycles inscription-effacement. Des réseaux holographiques complexes peuvent ainsi être enregistrés sans limitation spatiale de résolution lorsque le cristal est en configuration "Electro-optique transverse". La restitution du front d'onde enregistré dans un monocristal BSO, peut être effectuée soit avec changement de longueur d'onde, soit par génération de front d'onde conjugué.
Nous verrons quelques cas précis dans lesquels l'une ou l'autre de ces méthodes est utilisée préférentiellement.

Très sensibles et disponibles en grandes dimensions avec une bonne qualité optique, ces matériaux possèdent un grand nombre des qualités requises pour une utilisation dans des dispositifs de traitement en parallèle d'informations en temps réel.

II - PROPRIETES DE POLARISATION DES CRISTAUX BSO

INTRODUCTION

Les monocristaux d'oxyde de bismuth de silicium présentent des propriétés de polarisation complexes. La superposition d'un effet électro-optique linéaire (biréfringence induite sous champ) et de l'activité optique constitue une situation nouvelle pour un matériau photosensible holographique.
Les réseaux de phase enregistrés par modulation du champ de charge d'espace dans un milieu électro-optique photosensible épais et absorbant tel que le BSO, sont complexes et jusqu'alors aucun formalisme permettant de calculer la diffraction d'une onde par de telles structures n'a été élaboré.
En effet, dans la théorie des ondes couplées de Kogelnik[5] on considère une modulation spatiale de la constante diélectrique ε dans un milieu isotrope. De même Kowarshick[6] étudie le cas d'un réseau modulé sinusoïdalement, enregistré dans le volume d'un matériau absorbant mais isotrope.

Un formalisme matriciel a été développé par Jones[7] pour étudier la propagation d'une onde lumineuse dans un milieu présentant à la fois un effet Faraday et de la biréfringence ; il a été utilisé par Tabor et Chen[8] et Harms et al[9] pour des milieux magnéto-optiques (tels que ZnS).
Si l'on néglige l'absorption optique $\alpha(\lambda)$ du monocristal $Bi_{12}Si O_{20}$, il est possible de lui appliquer ce formalisme en substituant l'activité optique à l'effet Faraday, pour déterminer la matrice de transfert du système et prévoir les états de polarisation d'une onde plane se propageant dans ce milieu, en particulier lorsqu'un réseau de phase élémentaire y est enregistré.

II.1. - FORMALISME DE TABOR ET CHEN

Nous présentons brièvement le formalisme proposé par Tabor et Chen[8] pour des cristaux magnéto-optiques de ZnS. Rappelons tout d'abord que, pour un milieu présentant de la biréfringence naturelle ou induite, la relation entre $\vec{E}$ et $\vec{D}$ s'écrit :

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} + g \vec{rot} \vec{E} \qquad (10)$$

où ε est la constante diélectrique
et g est proportionnel au tenseur de gyration $(g_{i\,j})$ (11)
ε et g étant des tenseurs d'ordre 2.

Pour un cristal cubique de classe 2 3 (ou de classe $\bar{4}$ 3 m), $(g_{i\,j})$ est un pseudo-scalaire ; si de plus, on considère un seul sens de propagation de l'onde, $g_{i\,j}$ sera toujours de même signe et on peut alors le considérer comme un scalaire.

Supposons le champ électrique homogène, soit :

$$\frac{\partial Ei}{\partial x'} = \frac{\partial Ei}{\partial y'} \simeq 0 \qquad (i = x', y', z')$$

La relation entre $\vec{D}$ et $\vec{E}$ peut s'écrire sous forme matricielle :

$$\vec{D} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{x'} & -g\cdot\dfrac{\partial}{\partial z} & 0 \\ +g\cdot\dfrac{\partial}{\partial z} & \varepsilon_{y'} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{z'} \end{pmatrix} \vec{E}$$

Soit, en adoptant les notations de Tabor et Chen :

$$\vec{D} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{x'} & + i\gamma & 0 \\ - i\gamma & \varepsilon_{y'} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{z'} \end{pmatrix} \vec{E} = [\varepsilon]\ \vec{E}$$

où $[\varepsilon]$ tient compte de la biréfringence et de l'activité optique (respectivement de l'effet Faraday).

Soit un cristal biréfringent présentant un effet Faraday (ZnS - Classe $\bar{4}$ 3 m) ou possédant de l'activité optique (BSO - classe 2 3), éclairé par une onde électromagnétique plane, uniforme, transverse dont le vecteur $\vec{k}$ de propagation est perpendiculaire à la face d'entrée du matériau. En supposant que la densité de charge est nulle et qu'il n'y a pas de transport de charges dans le matériau et en appliquant les relations suivantes :

$$\vec{B} = \mu\vec{H} \quad (1) \qquad \vec{rot}\ \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3)$$

$$\vec{rot}\ \vec{H} = +\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (2) \qquad \vec{D} = \varepsilon\ \vec{E} \quad (4)$$

il est possible de déterminer l'état de cette onde après traversée du cristal et d'établir ainsi la matrice de transfert du matériau.
C'est ce que nous nous proposons de calculer pour un monocristal de BSO en utilisant la similitude de propriétés entre les cristaux magnéto-optiques présentant un effet Faraday et de biréfringence et les cristaux électro-optiques possédant de l'activité optique et biréfringents.

II.2. - MATRICE DE TRANSFERT DU BSO

Nous allons établir quelle est la "transformation" subie par une onde plane se propageant normalement à un milieu biréfringent, optiquement actif et non absorbant.

Soit un monocristal de Bi_{12} Si O_{20} (supposé faiblement absorbant) éclairé par une onde plane dont le vecteur de propagation $\vec{k}$ est perpendiculaire à la face $\bar{1}10$ et parallèle aux faces 110 et 001, selon le schéma suivant (figure 10) :

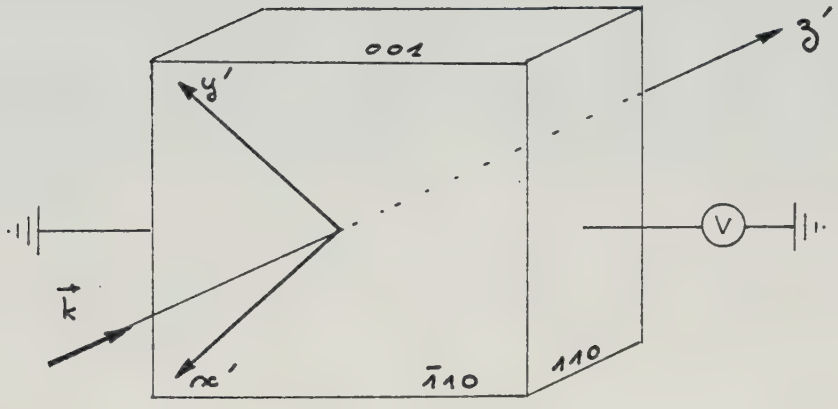


FIGURE 10

Nous pouvons appliquer les relations (1) (2) (3) et (4). Pour une onde électromagnétique plane incidente, on a :

$$\begin{pmatrix} E \\ H \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_0 \\ H_0 \end{pmatrix} e^{i(\omega t - kz)}$$

Posons $E_{z'} = 0$ et $E_{x'} \neq 0$ $E_{y'} \neq 0$

Les équations de Maxwell donnent

$$\vec{rot}\ (\vec{rot}\ \vec{E}) = -\mu \frac{\partial^2 \vec{D}}{\partial t^2} \qquad (5)$$

En utilisant l'expression de $\vec{D}$ (4), on peut écrire (5) sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{x'} - \dfrac{k^2}{\mu\omega^2} & +i\gamma \\ -i\gamma & \varepsilon_{y'} - \dfrac{k^2}{\mu\omega^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{x'} \\ E_{y'} \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} E_{x'} \\ E_{y'} \end{pmatrix} = 0 \qquad (5bis)$$

Ce système linéaire n'admet de solution $(E_{x'}, E_{y'})$ non nulle que si le déterminant de la matrice M est identiquement nul, soit :

$$\mu^2 \omega^4 (\varepsilon_{x'} \varepsilon_{y'} - \gamma^2) - \mu\omega^2 (\varepsilon_{x'} + \varepsilon_{y'}) k^2 + k^4 = 0$$

Cette équation admet comme solutions :

$$\begin{cases} k_+^2 = \frac{1}{2} \mu\omega^2 \left\{ (\varepsilon_{x'} + \varepsilon_{y'}) + \sqrt{(\varepsilon_{x'} - \varepsilon_{y'})^2 + 4\gamma^2} \right\} \\ k_-^2 = \frac{1}{2} \mu\omega^2 \left\{ (\varepsilon_{x'} + \varepsilon_{y'}) - \sqrt{(\varepsilon_{x'} - \varepsilon_{y'})^2 + 4\gamma^2} \right\} \end{cases} \qquad (6)$$

Nous cherchons alors les vecteurs $\vec{E}^+$ et $\vec{E}^-$, associés aux vecteurs d'onde k_+^2 et k_-^2, qui vérifient l'équation (5).

2.a. - Valeurs propres et vecteurs propres

Ce problème est équivalent à rechercher les valeurs propres et vecteurs propres associés de la matrice M' :

$$M = \begin{pmatrix} \varepsilon_{x'} & + i\gamma \\ - i\gamma & \varepsilon_{y'} \end{pmatrix}$$

Les valeurs propres de M' : $\lambda_+ = \frac{k_+^2}{\mu\omega^2}$ et $\lambda_- = \frac{k_-^2}{\mu\omega^2}$ étant distinctes, leurs vecteurs propres associés seront donc orthogonaux, de même pour $\vec{E}^+$ et $\vec{E}^-$ associés à k_+^2 et k_-^2.

On détermine ainsi deux ondes planes :

$$\begin{pmatrix} E^+_{x'} \\ E^+_{y'} \end{pmatrix} = A^+ \begin{pmatrix} 1 \\ + \frac{i}{\alpha} \end{pmatrix} \exp i\,(\omega t - k^+ z)$$

$$\begin{pmatrix} E^-_{x'} \\ E^-_{y'} \end{pmatrix} = A^- \begin{pmatrix} 1 \\ - i\alpha \end{pmatrix} \exp i\,(\omega t - k^- z) \qquad (7)$$

où $\alpha = \dfrac{-2\gamma}{(\varepsilon_{y'} - \varepsilon_{x'}) + \sqrt{(\varepsilon_{x'} - \varepsilon_{y'})^2 + 4\gamma^2}}$ et A^+, A^- des constantes.

On vérifie bien que $\vec{E}^+$ et $\vec{E}^-$ $(z = 0)$ sont orthogonaux. $\vec{E}^+$ et $\vec{E}^-$ représentent deux ondes planes polarisées elliptiquement dont les grands axes sont orthogonaux.

2.b. - Matrice de transfert

Nous cherchons quelle est l'expression de la polarisation sortante du cristal (champ sortant) d'épaisseur ℓ en fonction de la polarisation entrante (champ incident : z = 0).
Le champ électrique incident $\vec{E}$ s'écrit de manière générale sous la forme d'une combinaison linéaire des deux ondes planes, polarisées élliptiquement, déterminées précédemment et qui vérifient l'équation (5).

$$\begin{cases} E_{x'} = B\, E_{x'}^{+} + C\, E_{x'}^{-} \\ E_{y'} = B\, E_{y'}^{+} + C\, E_{y'}^{-} \end{cases}$$

Ecrivons le champ à l'entrée et à la sortie du matériau :

- en z = 0

$$E_{x'} = (B\, A^{+} + C\, A^{-}) e^{i\omega t}$$

$$E_{y'} = + i \left(\frac{B\, A^{+}}{\alpha} - C\, A^{-} \right) e^{i\omega t}$$

- en z = ℓ

$$E_{x'} = (B\, A^{+}\, e^{ik + \ell} + C\, A^{-} \alpha\, e^{-ik - \ell})\, e^{i\omega t}$$

$$E_{y'} = + i \left(\frac{B\, A^{+}}{\alpha} e^{-jk + \ell} - C\, A^{-}\, \alpha\, e^{-jk - \ell} \right) e^{i\omega t}$$

Si $M_T = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ est la matrice de transfert du système optique, nous avons la relation :

$$\begin{pmatrix} E_{x'}\ (\ell) \\ E_{y'}\ (\ell) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_{x'}\ (0) \\ E_{y'}\ (0) \end{pmatrix}$$

En combinant toutes ces équations, on obtient, par élimination des constantes B et C, la matrice de transfert suivante (à un facteur de phase près) :

$$M_T = \begin{pmatrix} \cos\frac{\phi}{2} + i \sin\frac{\phi}{2} \left(\frac{1-\alpha^2}{1+\alpha^2}\right) & -\frac{2\alpha}{1+\alpha^2} \sin\frac{\phi}{2} \\ +\frac{2\alpha}{1+\alpha^2} \sin\frac{\phi}{2} & \cos\frac{\phi}{2} - i \sin\frac{\phi}{2} \left(\frac{1-\alpha^2}{1+\alpha^2}\right) \end{pmatrix}$$

où $\phi = \delta z = (k^+ - k^-)\, z$

- Explicitons les termes de la matrice :

D'après les expressions de $n_{x'}$ et $n_{y'}$ établies pour un cristal à biréfringence induite :

$$\begin{cases} \varepsilon_{x'} = n_{x'}^2 = \left(n_o + \frac{1}{2}\, n_o^3\, r_{41}\, E\right)^2 \\ \varepsilon_{y'} = n_{y'}^2 = \left(n_o - \frac{1}{2}\, n_o^3\, r_{41}\, E\right)^2 \end{cases} \qquad (4)$$

soit

$$\begin{cases} \varepsilon_{x'} \simeq n_o^2 + n_o^4\, r\, E \\ \varepsilon_{y'} \simeq n_o^2 - n_o^4\, r\, E \end{cases}$$

en négligeant les termes d'ordre supérieur à 1 en r .

Posons : $\eta = - n_o^4\, r\, E$ et $\varepsilon = n_o^2$
et supposons $\eta << \varepsilon$ (car r_{41} est petit)
et $\gamma << \varepsilon$ (8)

En négligeant les termes d'ordre supérieur à 3, on peut écrire :

$$\delta^2 = (k_+ - k_-)^2 \simeq \frac{\omega^2 \mu}{\varepsilon} = \eta^2 + \frac{\omega^2 \mu}{\varepsilon} \cdot \gamma^2$$

Posons :

$\sqrt{\frac{\mu \omega^2}{\varepsilon}} (n_o^4 \, r \, E) = \theta$, θ biréfringence par unité de longueur.

$\sqrt{\frac{\mu \omega^2}{\varepsilon}} \gamma^2 = + 2 \rho$, ρ activité optique par unité de longueur.

Par convention : $\rho = + \gamma \sqrt{\frac{\mu \omega^2}{\varepsilon}}$ (11)

D'autre part, $\frac{\delta}{2} = (\rho^2 + \frac{\theta^2}{4})^{1/2}$

et $\frac{\phi}{2} = \frac{\delta}{2} z = \Delta z$

La matrice de transfert peut alors se mettre (à un facteur de phase près) sous la forme :

$$M_T = \begin{pmatrix} \cos \Delta z + i \sin \Delta z . \sin \psi & - \cos \psi . \sin \Delta z \\ \cos \psi . \sin \Delta z & \cos \Delta z - i \sin \Delta z \sin \psi \end{pmatrix}$$

Telle que $\vec{E}(z) = M_T \vec{E}(0)$

avec : $\Delta = (\rho^2 + \frac{\theta^2}{4})^{1/2}$

z = épaisseur du cristal

x' et y' = axes de biréfringence.

$$\cos \psi = \frac{-\rho}{(\rho^2 + \frac{\theta^2}{4})^{1/2}} \quad \text{et} \quad \operatorname{tg} \psi = +\frac{\theta}{2\rho}$$

ρ = activité optique par unité de longueur

θ = biréfringence par unité de longueur (effet électro-optique)

$$\theta = \frac{2\pi}{\lambda_o} n_o^3 \, r_{41} \, E$$

CONCLUSION

En utilisant la similitude entre l'effet Faraday et l'activité optique, nous avons établi la matrice de transfet M_T pour une onde plane se propageant normalement au milieu cristallin optiquement actif et biréfringent lorsque ce dernier est faiblement absorbant.

Nous allons déterminer quels sont les états de polarisation des ondes électromagnétiques susceptibles de se propager dans le matériau sans modification, soit en d'autres termes, les fonctions propres de la matrice de transfert.

II.3. - FONCTIONS PROPRES DE LA MATRICE DE TRANSFERT M_T DU BSO

La matrice de transfert s'écrit sous la forme :

$$M_T = \begin{pmatrix} A + i\,B & -C \\ +C & A - iB \end{pmatrix}$$

où $A = \cos \Delta z$

$B = \sin \psi . \sin \Delta z$

$C = \cos \psi . \sin \Delta z$

Les valeurs propres de M_T sont obtenues par résolution de l'équation habituelle :

$$\text{dét} \; |M_T - \lambda I| = 0$$

Où I désigne la matrice identité

Nous obtenons deux valeurs propres :

$$\lambda_+ = \cos \Delta z + i \sqrt{\sin^2 \Delta z}$$

$$\lambda_- = \cos \Delta z - i \sqrt{\sin^2 \Delta z}$$

Soient $\vec{A}$ et $\vec{B}$ les vecteurs propres associés à λ_+ et λ_-

Ils vérifient les équations :

$$(M_T - \lambda_+ I)\, \vec{A} = 0 \text{ et } (M_T - \lambda_- I)\, \vec{B} = 0$$

Nous obtenons les vecteurs propres suivants :

$$\vec{A} \left| \begin{array}{c} 1 \\ \\ i\ \dfrac{\sin\psi + 1}{\cos\psi} \end{array} \right. \qquad \vec{B} \left| \begin{array}{c} 1 \\ \\ i\ \dfrac{\sin\psi - 1}{\cos\psi} \end{array} \right.$$

En tenant compte de la modulation temporelle $e^{i\omega t}$, on peut écrire les nouvelles composantes de $\vec{A}$ et $\vec{B}$ suivant les axes x' et y' de biréfringence.

$$\vec{A} \left| \begin{array}{l} A_{x'} = \cos\omega t \\ \\ A_{y'} = \sin\omega t \cdot \dfrac{\sin\psi + 1}{\cos\psi} \end{array} \right. \qquad \vec{B} \left| \begin{array}{l} B_{x'} = \cos\omega t \\ \\ B_{y'} = \sin t \cdot \dfrac{\sin\psi - 1}{\cos\psi} \end{array} \right.$$

Les composantes de $\vec{A}$ vérifient l'équation d'une ellipse de demi-axes $\left[a_o\ ,\ a_o\ (\dfrac{\sin\psi + 1}{\cos\psi}) \right] a_o \in R^*$; de même que celles de $\vec{B}$: demi-axes $\left[b_o\ ,\ b_o\ (\dfrac{\sin\psi - 1}{\cos\psi}) \right]$, $b_o \in R^*$

Nous venons donc de déterminer les vecteurs propres $\vec{A}$ et $\vec{B}$ de la matrice de transfert, dont les extrémités décrivent des ellipses de grands axes orthogonaux, et de demi-axes respectifs :

$$\vec{A} : \quad a_o\ ,\ a_o\ (\frac{\sin\psi + 1}{\cos\psi})$$

$$\vec{B} : \quad b_o\ ,\ b_o\ (\frac{\sin\psi - 1}{\cos\psi})$$

Nous étudions brièvement l'évolution des ellipticités de $\vec{A}$ et $\vec{B}$, e_A et e_B en fonction de la variable ψ (déterminée par $tg\ \psi = + \dfrac{\theta}{2\rho}$), l'ellipticité e étant définie par :

$$e = \frac{\text{petit axe}}{\text{grand axe}} \qquad \text{et} \quad || e || \leq 1$$

Nous avons donc $e_A = \dfrac{\sin \psi + 1}{\cos \psi}$ ou $\dfrac{\cos \psi}{\sin \psi + 1}$

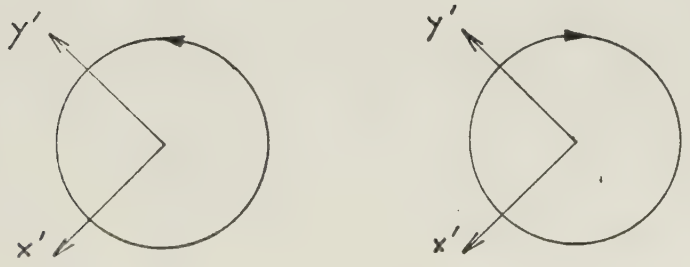
et $e_B = \dfrac{\sin \psi - 1}{\cos \psi}$ $\dfrac{\cos \psi}{\sin \psi - 1}$

L'éllipticité e_B se déduisant de e_A par simple déphasage de Π, l'étude des ellipticités est donc réduite à celle de la fonction $f(\psi) = \dfrac{\sin \psi + 1}{\cos \psi}$

D'autre part le sens de rotation des vecteurs $\vec{A}$ et $\vec{B}$ est défini par le signe de l'ellipticité e.

Nous obtenons les résultats indiqués sur la figure 11.

Lorsque $\psi = k \Pi$ (k entier), $\text{tg } \psi = \dfrac{\theta}{2 \rho} = 0$, ce qui correspond à une biréfringence nulle l'activité optique étant non nulle ; on obtient pour les fonctions propres deux ondes polarisées circulairement, l'une à droite et l'autre à gauche.



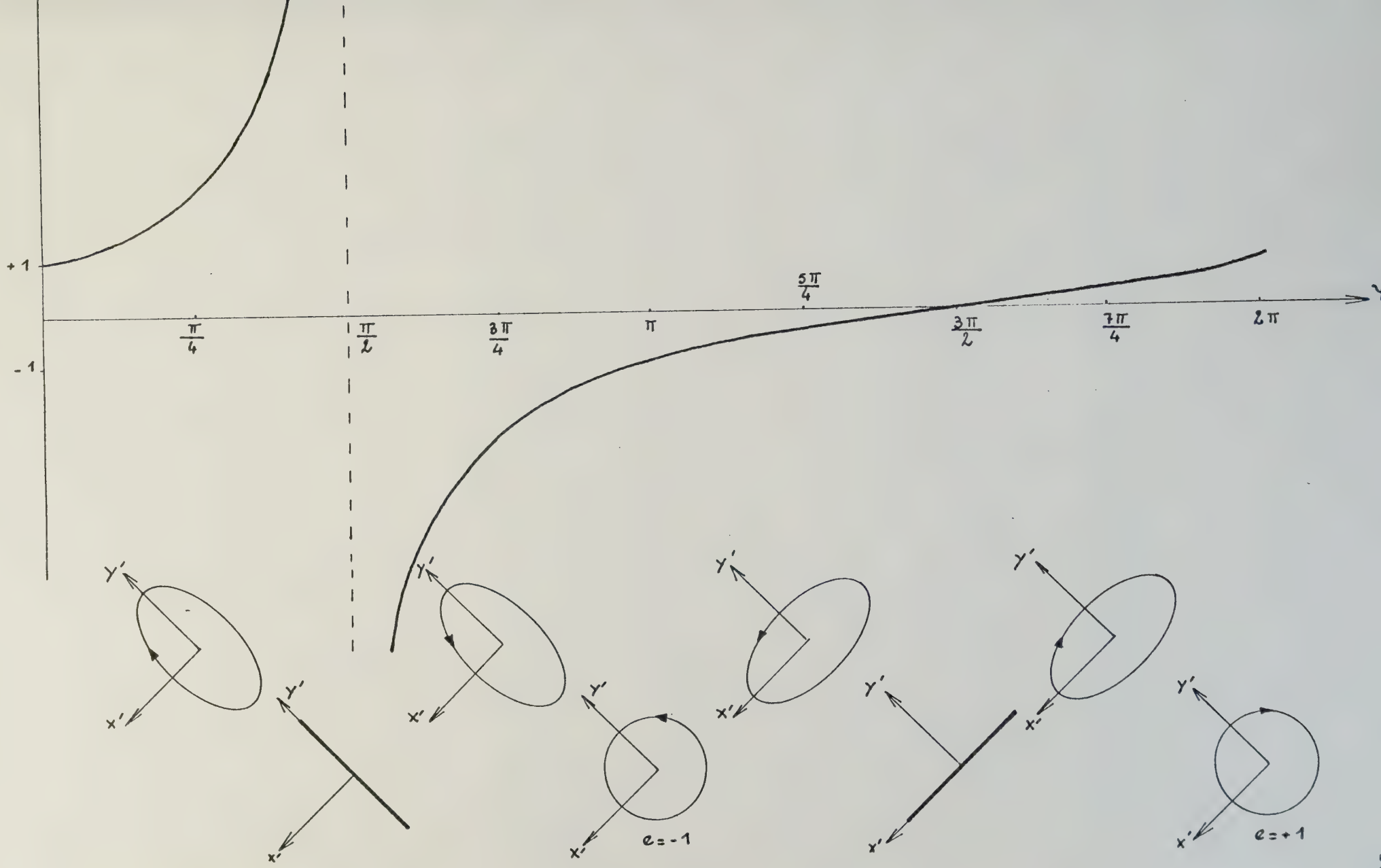
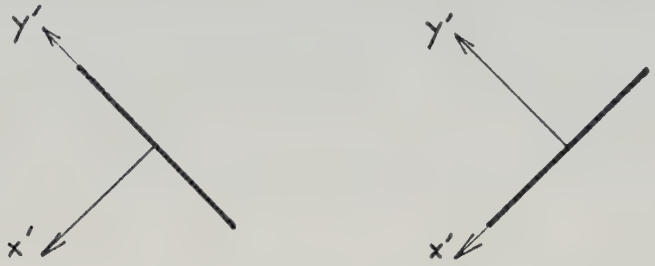


FIGURE 11

Ceci est conforme au résultat attendu pour un système possédant uniquement de l'activité optique.

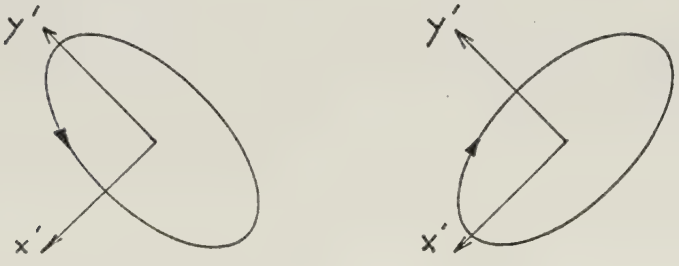
Lorsque $\psi = (2k + 1)\frac{\pi}{2}$, $\operatorname{tg} \psi = \frac{\theta}{2\rho} = \infty$

Ce qui est équivalent à un matériau biréfringent dont l'activité optique est nulle. Les fonctions propres sont alors des ondes polarisées rectilignement suivant x' et y'.



On retrouve bien les fonctions propres d'un système purement biréfringent qui sont des droites confondues avec les axes de biréfringence.

Pour toutes les autres valeurs de ψ (matériau biréfringent et optiquement actif), les fonctions propres sont deux ellipses de grands axes orthogonaux dont les sens de rotation sont inversés.



CONCLUSION

Nous avons déterminé quelles sont les polarisations qui se propagent dans un matériau biréfringent et optiquement actif sans déformation : ce sont des ellipses de grands axes orthogonaux. Dans les cas particuliers de biréfringence pure ou d'activité optique pure, on retrouve bien les fonctions propres habituelles.

II.4. - ETUDE DES ETATS DE POLARISATION DES ONDES DIFFRACTEES PAR UN RESEAU DE PHASE ELEMENTAIRE ENREGISTRE DANS UN CRISTAL BSO

4.a. Calcul théorique et étude d'un cas particulier : $\rho_o = 0$

Lorsqu'un réseau de phase enregistré dans un matériau biréfringent et optiquement actif, tel que le BSO, est relu par une onde plane, les états de polarisation des ondes diffractées sont variés et il peut être utile de les prévoir.
Lors des enregistrements holographiques des réseaux élémentaires nous avons proposé deux configurations électro-optiques : dans le cadre de ce calcul, nous nous limiterons au cas où le champ externe est appliqué perpendiculairement aux faces 110 du cristal (configuration n° 1), la seconde configuration pouvant être étudiée sans calcul.
Si l'onde de lecture est à une longueur d'onde peu absorbée par le cristal, le résultat matriciel précédemment établi peut s'appliquer : c'est le cas pour une onde issue d'un laser He-Ne à λ = 633 nm ($\alpha \simeq$ 0,3 cm^{-1}).

D'autre part pour diminuer la complexité des équations régissant les états de polarisation des ondes diffractées, nous nous placerons dans le cas simple où le pouvoir rotatoire du cristal BSO peut être négligé ; nous supposerons en outre les milieux minces pour éviter d'utiliser un formalisme d'ondes couplées.

Le BSO étant soumis à un champ électrique externe, E_o, en configuration électro-optique transverse n° 1, les indices suivant les axes de biréfringence induits sont :

$$\begin{cases} n_{x'} = n_o + \frac{1}{2}\ n_o^{\,3}\ r_{41}\ E_o \\ n_{y'} = n_o - \frac{1}{2}\ n_o^{\,3}\ r_{41}\ E_o \end{cases}$$

Si on a enregistré un système de franges lumineuses sinusoïdales dans le cristal, par l'intermédiaire du champ de charge d'espace, on a induit une modulation d'indice totale :

$$\begin{cases} \delta n_{x'} = + \frac{1}{2}\ n_o^{\,3}\ r_{41}\ (E_o - \delta E_{sc} \cos Kx) \\ \delta n_{y'} = - \frac{1}{2}\ n_o^{\,3}\ r_{41}\ (E_o - \delta E_{sc} \cos Kx) \end{cases}$$

où δE_{sc} est l'amplitude de la modulation du champ de charge d'espace.

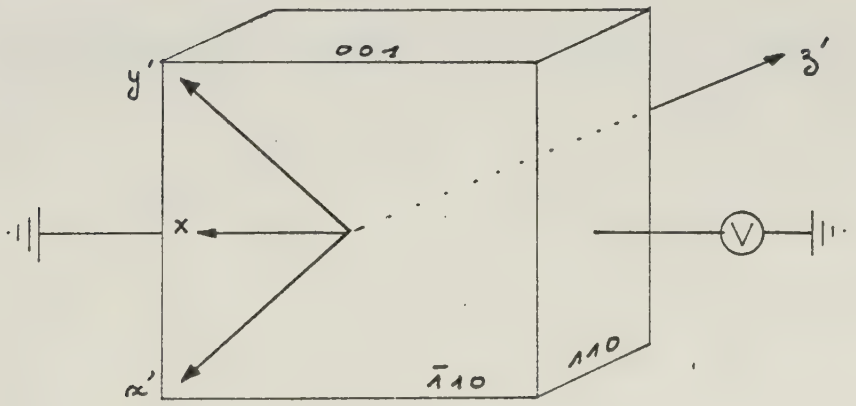


FIGURE 12

Considérant les faibles valeurs du rendement de diffraction ($\eta < 10\ \%$), nous supposerons que δE_{sc}, liée à la modulation Δn, est très faible devant le champ appliqué E_o :

$$\delta E_{sc} << E_o$$

Pour déterminer la polarisation, en sortie du cristal, d'une onde plane diffractée par une telle structure, trois méthodes de calcul sont possibles, qui donnent des résultats identiques :

1) Etude de la propagation des composantes du champ incident suivant les axes de biréfringence.

2) Calcul direct à partir de la matrice de transfert

3) Calcul des matrices d'accroissements obtenues à partir de la matrice de transfert.

Nous donnons ici un aperçu de cette dernière méthode dont les détails sont explicités en Annexe II, ainsi que les modes 1 et 2 de calcul.

_ La matrice de transfert du BSO peut s'écrire :

$$M_T = \begin{pmatrix} A + i\,B & -C \\ +C & A - iB \end{pmatrix}$$

où $A = \cos \Delta z$, $B = \sin \Delta z . \sin \psi$, $C = \sin \Delta z . \cos \psi$

$$\cos \psi = -\frac{\rho}{\Delta} \qquad \sin \Psi = \frac{-\theta}{2\Delta}$$

$$\Delta = \left(\rho + \frac{\theta^2}{4}\right)^{1/2} \qquad \theta = \frac{2\pi}{\lambda_o} n_o^3 \, r \, E$$

et $E = E_o - \delta E_{sc} \cos K.X$

Utilisant l'hypothèse suivant laquelle δE_{sc} est très inférieur à E_o, on développe les différents termes de la matrice, et on écrit, en se limitant au premier ordre en $\left(\frac{\delta E_{sc}}{E_o}\right)$

$$\Delta = \Delta_o + \delta\Delta \qquad \text{avec } \Delta_o = (\rho_o^2 + \frac{\theta_o^2}{4})^{1/2}$$

$$\delta\Delta = -\frac{1}{4}\cdot\frac{\theta_o^2}{\Delta_o^2}\cdot\left(\frac{\delta E}{E_o}\right)\cos K.\chi$$

$$\psi = \psi_o + \delta\psi \qquad \text{tg } \psi_o = \frac{\theta_o}{2\,\rho_o}$$

$$\delta\psi = \frac{\delta\Delta}{\Delta_o \text{ tg } \psi_o}$$

$$\theta = \theta_o + \delta\theta \qquad \theta_o = \frac{2\Pi}{\lambda_o} n_o^3 \, r \, E_o$$

$$\delta\theta = -\frac{2\Pi}{\lambda_o} n_o^2 \, r \, \delta E \cos K.x$$

En appliquant la formule des accroissements finis, on développe chacun des termes de la matrice M_T et on obtient :

$$A = A_o + a \qquad \text{avec } A_o = \cos \Delta_o z$$

$$B = B_o + b \qquad B_o = \sin \Delta_o z . \sin \psi_o$$

$$C = C_o + C \qquad C_o = \sin \Delta_o z \, . \cos \psi_o$$

Et en négligeant les termes $\left(\frac{\delta E}{E_o}\right)^n$ avec $n \geqslant 2$, on peut écrire :

$$a \simeq (-z\,\delta\Delta)(\sin \Delta_o z)$$

$$b \simeq (-z\,\delta\Delta)\left(-\cos \Delta_o z \sin \psi_o - \frac{\cos^2 \psi_o}{\sin \psi_o} \cdot \frac{\sin \Delta_o z}{\Delta_o z}\right)$$

$$c \simeq (-z\,\delta\Delta)\left(-\cos \Delta_o z \cos \psi_o + \cos \psi_o \cdot \frac{\sin \Delta_o z}{\Delta_o z}\right)$$

La matrice de transfert M_T se met alors sous la forme d'une somme ; soit, à un facteur de phase près :

$$\boxed{M_T = M_o + m}$$

où
$$M_o = \begin{pmatrix} A_o + i\,B_o & -C_o \\ +C_o & A_o - i\,B_o \end{pmatrix}$$

et
$$m = \begin{pmatrix} a + ib & -c \\ +c & a - ib \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{4} \cdot \frac{\theta_o^2}{\Delta_o}\, z \cdot \frac{\delta E}{E_o} \cdot \cos K.x \begin{pmatrix} a' + ib' & -c' \\ +c' & a' - ib' \end{pmatrix}$$

avec

$$a' = \sin \Delta_o z$$

$$b' = -\cos \Delta_o z \sin \psi_o - \frac{\cos^2 \psi_o}{\sin \psi_o} \frac{\sin \Delta_o z}{\Delta_o z}$$

$$c' = -\cos \Delta_o z \cos \psi_o + \cos \psi_o \cdot \frac{\sin \Delta_o z}{\Delta_o z}$$

La matrice M_o permet de calculer la polarisation de l'ordre zéro (faisceau transmis).
La matrice m, qui contient en facteur un terme cos K.x de diffraction dans la direction $\vec{K}.\vec{x}$, permet de calculer la polarisation du premier ordre diffracté.

Si l'on désire connaitre les états de polarisation des ordres supérieurs, il faut tenir compte des termes en $(\frac{\delta E}{E_o})^n$ où $n \geqslant 2$, dans les développements.

Considérant des milieux minces, nous pouvons supposer que l'action du pouvoir rotatoire est faible ($\rho \simeq 0$) et simplifier ainsi les calculs qui permettent d'établir les états de polarisation des différents ordres "diffractés" pour un monocristal BSO en configuration électro-optique n° 1 ($\vec{E} \perp 110$)

- Polarisation de l'ordre zéro

Si $\rho = 0$, $\sin \psi_o = - \frac{\theta_o}{2 \Delta_o} = -1$; ($\Delta_o = + \frac{\theta_o}{2}$)

$$\cos \psi_o = - \frac{\rho}{\Delta_o} = 0$$

et la matrice M_o s'écrit :

$$M_o = \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\theta_o}{2} z\right) - i \sin\left(\frac{\theta_o}{2} z\right) & 0 \\ 0 & \cos\left(\frac{\theta_o}{2} z\right) + i \sin\left(\frac{\theta_o}{2} z\right) \end{pmatrix}$$

soit

$$M_o = \begin{pmatrix} e^{-j \frac{\theta_o}{2} z} & 0 \\ 0 & e^{+j \frac{\theta_o}{2} z} \end{pmatrix}$$

qui représente bien la matrice de transfert d'un milieu purement biréfringent.
Pour une onde incidente $\vec{E}_o = E_{ox'} \vec{i} + E_{oy'} \vec{j}$ qui fait un angle ψ avec l'axe $\vec{i}$ de biréfringence nous avons

$$| E_{ox'} | = E_o \cos \psi$$

$$| E_{oy'} | = E_o \sin \psi$$

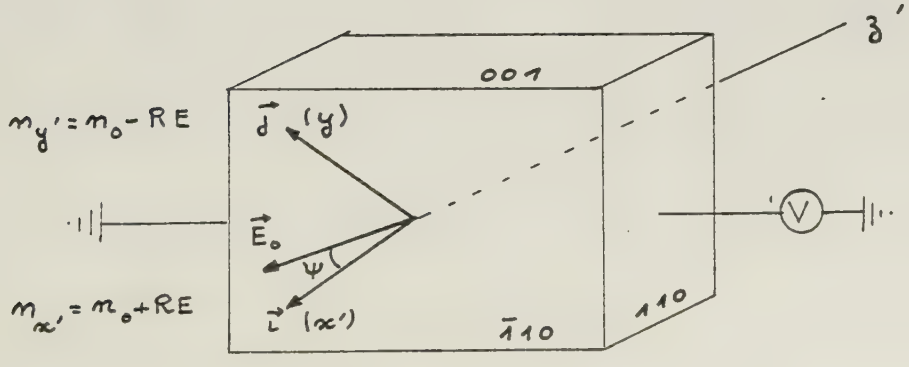


FIGURE 13

Les composantes suivant $\vec{i}$ et $\vec{j}$ de l'onde sortante sont données (à un facteur de phase près) par :

$$\vec{i} : \quad e^{j\omega t} \quad e^{-j \frac{\theta_o}{2} z} \cdot E_{Ox'}$$

$$\vec{j} : \quad e^{j\omega t} \quad e^{+j \frac{\theta_o}{2} z} \cdot E_{Oy'}$$

- Polarisation de l'ordre + 1

Dans l'hypothèse $\rho = 0$, la matrice m est réduite à :

$$m = \frac{1}{2} \theta_o \, z \quad \left(\frac{\delta E}{E_o}\right) \cos \vec{K} \vec{x} \begin{pmatrix} e^{-j \left(\frac{\theta_o}{2} z - \frac{\Pi}{2}\right)} & 0 \\ 0 & e^{+j \left(\frac{\theta_o}{2} z - \frac{\Pi}{2}\right)} \end{pmatrix}$$

et les composantes de l'onde diffractée dans l'ordre + 1 sont les suivantes (à un facteur de phase près) :

$$\vec{i} : \quad e^{j\omega t} \quad e^{-j \left(\frac{\theta_o}{2} z - \frac{\Pi}{2}\right)} \quad E_{Ox'} \cdot \left(\frac{1}{2} \theta_o \, z \cdot \frac{\delta E}{E_o} \right)$$

$$\vec{j} : \quad e^{j\omega t} \quad e^{+j \left(\frac{\theta_o}{2} z - \frac{\Pi}{2}\right)} \quad E_{Oy'} \cdot \left(\frac{1}{2} \theta_o \, z \cdot \frac{\delta E}{E_o} \right)$$

En prenant les parties réelles et en normalisant on obtient, pour un système biréfringent ne possédant pratiquement pas d'activité optique, éclairé par une onde plane de vecteur $\vec{E}_o = E_o \cos \psi . \vec{i} + E_o \sin \psi . \vec{j}$, les composantes suivantes pour les ordres zéro et + 1.

ordre zéro	ordre + 1
$\vec{i}$: $\cos \psi . \cos (\omega t - \frac{\theta_o}{2} z)$	$\vec{i}$: $- \cos \psi . \sin (\omega t - \frac{\theta_o}{2} z)$
$\vec{j}$: $\sin \psi . \cos (\omega t - \frac{\theta_o}{2} z)$	$\vec{j}$: $+ \sin \psi . \sin (\omega t - \frac{\theta_o}{2} z)$

A partir de ces expressions, nous avons tracé les courbes donnant les états de polarisation des ordres transmis (0) et diffracté (+ 1), par un cristal à très faible pouvoir rotatoire, en configuration électro-optique n° 1, éclairé par une onde plane polarisée rectilignement, dont le vecteur $\vec{E}_o$ fait un angle ψ avec l'un des axes (i) de biréfringence : (figure 13).

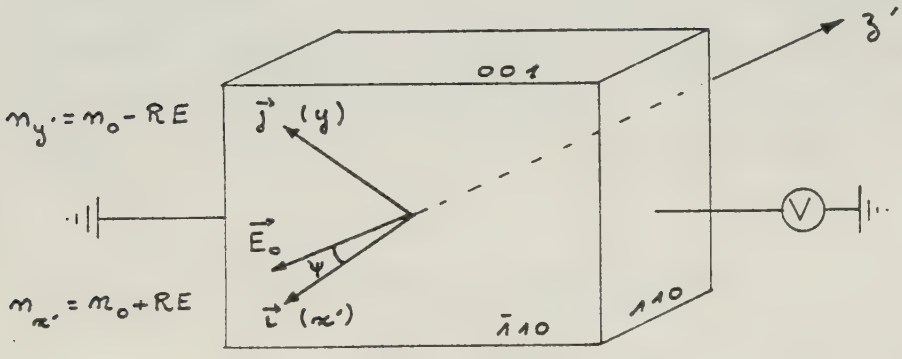


FIGURE 13

Ces courbes, tracées pour différentes valeurs de ψ , du champ appliqué E_0, pour un cristal de 200 μm d'épaisseur, sont présentées en planches n°II et III; elles appellent quelques remarques.

Pour des cristaux minces en configuration n° 1, quel que soit le champ électrique appliqué, l'ordre + 1 est tourné de $\frac{\Pi}{2}$ par rapport à l'ordre zéro si l'onde incidente est orientée à $\pm \frac{\Pi}{4}$ des axes de biréfringence. Si $\vec{E}_0$ est orienté suivant l'axe x', les ordres zéro et + 1 le sont également ; de même pour $\vec{E}_0$ parallèle à y', les deux ordres sont orientés suivant y'. L'ellipticité identique pour les ondes diffractée et transmise, est faible et varie avec le champ appliqué, toutes choses restant égales par ailleurs (planche n° III)

Dans le cas de la configuration n° 2 l'indice de réfraction n'est modulé que sur un axe x', contenu dans le plan 110 d'incidence. Pour un cristal mince, pour lequel on peut négliger les effets de l'activité optique, nous prévoyons que, si l'onde de lecture est polarisée rectilignement suivant x', le milieu se comportera comme un matériau isotrope. Il n'y aura donc pas d'états de polarisation différents pour les ordres transmis et diffractés.

4.b. - Etude expérimentale

Nous avons étudié expérimentalement les états de polarisation des ondes transmise et diffractées par un réseau d'indice élémentaire, enregistré dans un cristal BSO suivant les deux configurations électro-optiques transverses n° 1 et 2 classiques.

L'onde de lecture, plane, de longueur d'onde $\lambda = 633$ nm, est peu absorbée par le cristal et nous sommes quasiment dans le cas $\alpha = 0$ pour lequel les calculs sont valables. D'autre part, pour que les résultats expérimentaux puissent être comparés aux courbes calculées, l'onde de lecture est pratiquement normale à la face d'entrée du BSO $(\bar{1}10)$, dans le plan défini par les deux faisceaux d'inscription. Cette configuration de lecture ne donne pas une efficacité de diffraction maximale ; notons toutefois que les résultats expérimentaux sont pratiquement identiques si l'on se place à l'incidence Bragg, θ_B, l'angle entre la normale au cristal et le faisceau de lecture étant faible. La polarisation de l'onde incidente, rectiligne est variable angulairement ; on lira donc l'hologramme élémentaire enregistré dans le BSO en choisissant l'orientation du vecteur $\vec{E}_O$, les états de polarisation étant détectés à l'aide d'un analyseur disposé sur les faisceaux émergents.

Les expériences ont été réalisées avec des cristaux disposés selon deux configurations :

- Champ externe appliqué perpendiculairement aux faces 110 du cristal (configuration n° 1)
- Champ externe appliqué perpendiculairement aux faces 001 du cristal (configuration n° 2)

Les épaisseurs des matériaux utilisés sont :

- 200 µm et 500 µm (milieux minces)
- 20 mm (matériau épais)

Une représentation graphique des résultats expérimentaux est donnée en planches n^{os} IV à VII; pour la commodité de la représentation, les angles sont arrondis aux valeurs $0, \frac{\Pi}{6}, \frac{\Pi}{4}, \frac{\Pi}{3}, \frac{\Pi}{2}$, etc...

Pour des cristaux minces en configuration n° 1 (ℓ = 200 µm, 500 µm), les ordres zéro et diffractés ont des polarisations faiblement elliptiques qui sont orthogonales (grands axes orthogonaux) lorsque l'onde de lecture est polarisée rectilignement à $\psi = \pm \frac{\Pi}{4}$ des axes de biréfringence. Lorsque le vecteur d'onde de lecture $\vec{E}_o$ est parallèle à l'un de ces axes x' ou y', les polarisations des ordres transmis et diffractés sont pratiquement identiques (grands axes parallèles), de même direction que le vecteur $\vec{E}_o$. Dans tous les cas, l'ordre zéro elliptique, a un grand axe pratiquement confondu avec la direction de polarisation de l'onde incidente.

Pour des cristaux minces en configuration n° 2, il n'y a pas de diffraction lorsque l'onde de lecture est polarisée suivant l'axe z' ($n_{z'} = n_o$) ; lorsqu'elle est parallèle à l'axe x' pour lequel $n_{x'} = n_o + R\,E$, la diffraction a lieu et le matériau se comporte comme un milieu isotrope : les polarisations des ondes transmise et diffractée sont alors légèrement elliptiques et toutes deux parallèles à cet axe x'.

Pour des cristaux épais, les résultats sont plus complexes. Dans tous les cas, les ellipticités des ondes émergentes sont beaucoup plus importantes que pour des cristaux minces.
L'action du pouvoir rotatoire, qui n'est plus négligeable, peut être observée sur l'ordre zéro.
En configuration n° 1, on constate que le premier ordre diffracté, elliptique, voit son grand axe tourné d'au moins $\frac{\Pi}{4}$ par rapport à celui de l'ordre zéro.
En revanche, en configuration n° 2, les ordres transmis et diffractés, elliptiques également, ont leurs grands axes confondus lorsqu'il y a diffraction, soit lorsque l'onde incidente est polarisée rectilignement suivant l'axe x'.

II.5. - COMPARAISON DES RESULTATS

Au cours du calcul des états de polarisation, effectué pour la seule configuration n° 1 pour laquelle la matrice de transfert M_T a été établie, nous avons supposé le milieu mince pour éviter d'employer un formalisme de couplage d'ondes et pouvoir en outre négliger l'activité optique ($\rho \simeq 0$).
Les résultats ainsi obtenus peuvent être comparés à ceux donnés par les cristaux minces dans la même configuration, pour lesquels l'influence du pouvoir rotatoire est faible ($\rho \ell \simeq 0$).

Pour des monocristaux de BSO de 200 µm et 500 µm, les polarisations calculées coïncident avec celles effectivement mesurées, les ellipticités, faibles, étant toutefois légèrement différentes.
Nous pouvons conclure à la possibilité de supprimer tout ou partie du bruit dû à l'ordre zéro, en particulier dans le cas où l'onde de lecture est polarisée rectilignement à $\pm \frac{\Pi}{4}$ des axes de biréfringence x' et y'.

Pour un cristal d'épaisseur $\ell = 1$ cm, dans cette même configuration n° 1, aucune méthode de calcul n'a été élaborée, l'épaisseur du milieu nécessitant l'emploi d'un formalisme de couplage d'ondes. Les résultats expérimentaux permettent toutefois d'envisager une forte diminution de l'ordre zéro, elliptique, dont la direction de polarisation est dans tous les cas différente de celle du premier ordre diffracté.

Pour des cristaux minces ou épais en configuration n° 2, les ordres transmis et diffracté ont même état de polarisation et aucune suppression de bruit ne pourra être obtenue par l'exploitation des propriétés de polarisation.
Nous préfèrerons donc utiliser les monocristaux de BSO en configuration électro-optique transverse n° 1 ($\vec{E} \perp 110$) pour les applications holographiques envisagées.

CONCLUSION

Le formalisme présenté par Tabor et Chen, sans être rigoureux pour des cristaux BSO, permet néanmoins de prévoir les états de polarisation des faisceaux diffractés, notamment pour des cristaux minces, pour lesquels, aux longueurs d'ondes utilisées l'absorption est très faible et l'effet de l'activité optique négligeable.

Les expériences confirmant les calculs effectués uniquement pour des cristaux peu épais, ont permis de conclure à la possibilité d'exploiter les différences de polarisation entre les ordres transmis (0) et diffractés (+ 1, + 2, + 3) que l'on obtient dans la plupart des cas en configuration "holographique" n° 1.
Pour améliorer le rapport signal à bruit, un simple polariseur disposé sur les faisceaux émergents permet d'atténuer la composante transmise qui est génératrice de bruit.

L'étude des propriétés de polarisation d'un cristal possédant du pouvoir rotatoire et de la biréfringence induite, tel que le BSO, a donc permis d'envisager une technique d'amélioration du rapport signal/bruit qui, outre sa grande simplicité, présente l'avantage de ne pas limiter la résolution de l'"image" diffractée, puisqu'elle ne fait pas appel à l'utilisation d'un filtre spatial.

III - CORRELATION DE SIGNAUX EN TEMPS REEL DANS LES CRISTAUX BSO

INTRODUCTION

Dans les premiers chapitres de ce mémoire, nous avons décrit quelques propriétés du monocristal de BSO qui en font un support adapté au fonctionnement en temps réel dans des montages holographiques de traitement d'informations.

Nous avons réalisé une expérience de corrélation dans laquelle ce matériau photosensible constitue un "filtre adapté" [12] ; le cristal, alors placé dans le plan de Fourier d'une première lentille, n'est plus éclairé uniformément contrairement aux expériences précédentes d'enregistrement d'hologrammes.

Pour cette expérience, nous avons utilisé une configuration de " mixage deux ondes" dans laquelle les faisceaux d'enregistrement et l'onde de lecture sont à des longueurs d'onde différentes, ainsi qu'un montage qualifié habituellement de "mixage quatre ondes" pour lequel enregistrement et lecture sont effectués à la même longueur d'onde.

Nous exposons ci-après le principe de la corrélation optique réalisée avec un monocristal de BSO, principe qui peut s'appliquer au premier type de dispositif comme au second.

III.1. - PRINCIPE DE LA METHODE

Soient deux transparences A et B placées dans le plan Π_o d'une lentille L_1 d'un montage à double diffraction, à des distances $\pm$ a et $\pm$ b de l'axe optique (figure 14).

L'amplitude dans le plan Π_o de L_1 s'écrit :

$$\mathcal{A}_o (x_o, y_o) = A (x_o - a, y_o - b) + B (x_o + a, y_o + b)$$

Pour alléger les notations nous traiterons le problème en supposant que b = 0, la généralisation à deux dimensions du résultat s'obtenant aisément.
L'amplitude complexe sur le monocristal BSO placé au foyer de L_1 (plan Π^-) est donnée par l'expression :

$$\mathcal{A} (x,y,F_1) = -\frac{i}{\lambda_1 F_1} e^{i\psi_s} . \tilde{\mathcal{A}}_o \left(\frac{x}{\lambda_1 F_1} , \frac{y}{\lambda_1 F_1} \right)$$

où ψ_s est le facteur de phase sphérique

$$\psi_s = \frac{k}{2 F_1} (x^2 + y^2)$$

$\tilde{\mathcal{A}}_o$ désigne la transformée de Fourier (T.F.) de $\mathcal{A}_o$.

F_1 est la focale de la lentille L_1,

et

λ_1 la longueur d'onde de l'enregistrement.

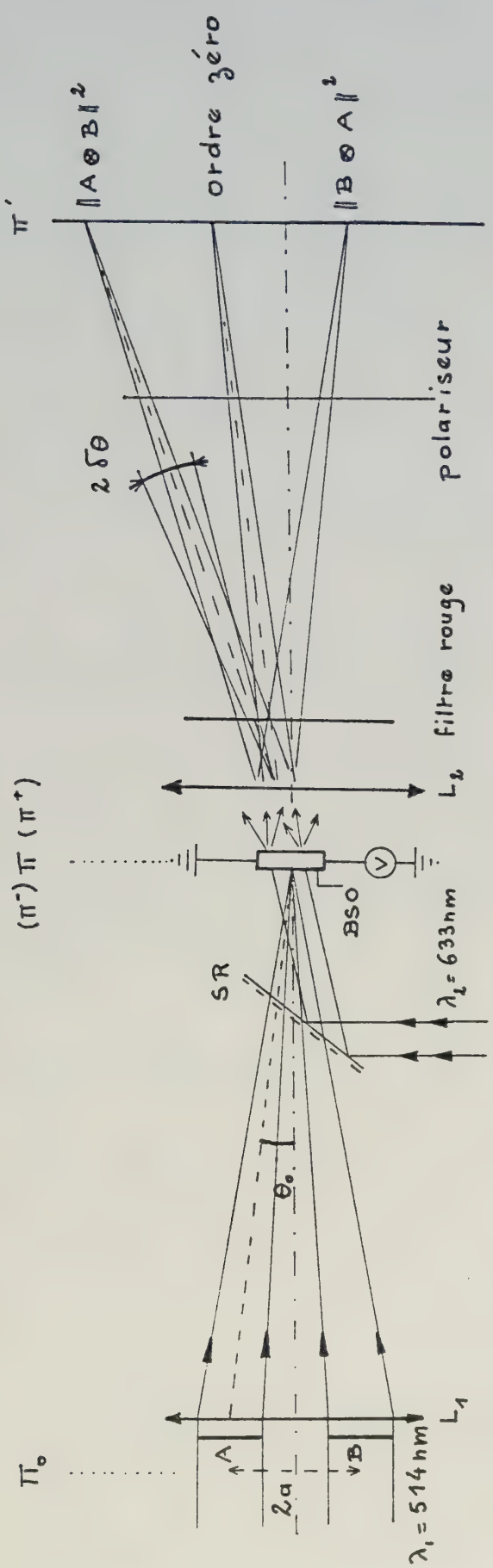


FIGURE 14

Dispositif de corrélation.

Posant : $u = \dfrac{x}{\lambda_1 F_1}$ et $v = \dfrac{y}{\lambda_1 F_1}$, nous obtenons :

$$\mathcal{A}(u, v) = \frac{-i}{\lambda_1 F_1} e^{i\psi_s} \mathcal{A}_o(u, v)$$

Dans toute la suite du calcul nous négligerons les facteurs de phase sphériques ainsi que les constantes $\dfrac{i}{\lambda F}$

L'intensité lumineuse enregistrée dans le matériau s'écrit alors :

$$I(u, v) = \mathcal{A}(u,v) \cdot \mathcal{A}^*(u, v)$$

$$= \left|\left| \tilde{A}(u, v)\ e^{-2i\Pi ua} + \tilde{B}(u,v)\ e^{+2i\Pi ua} \right|\right|^2$$

$$I(u, v) = \left|\left|\tilde{A}\right|\right|^2 + \left|\left|\tilde{B}\right|\right|^2 + \tilde{A}.\tilde{B}^* \cdot e^{-4i\Pi ua} + \tilde{A}^*.\tilde{B}.\ e^{+4i\Pi ua}$$

Cette modulation d'intensité génère, par les processus précédemment décrits (chapitre I), une modulation du champ de charge d'espace qui induit une variation d'indice et par suite un hologramme de phase dans le volume du matériau en configuration électro-optique transverse.

Lors de la lecture de cet hologramme par une onde plane uniforme à une longueur d'onde λ_2 (on peut avoir $\lambda_2 = \lambda_1$), la diffraction de l'onde par le réseau de phase induit une transparence complexe dans le plan Π^+ :

$$t\ (u,\ v)\ \alpha\ \exp\ (j\ \beta I\ (u,v))$$

La modulation de phase étant faible, le terme $\beta I\ (u,\ v)$ vérifie l'inégalité :

$$\beta\ I\ (u,\ v) << \frac{\Pi}{2}$$

et la transmission en amplitude du cristal s'écrit alors :

$$t\ (u,\ v) \simeq 1 + j\ \beta I\ (u,\ v)$$

Sur le plan Π^+ (Figure 14) l'onde de lecture d'amplitude uniforme a_o, modulée par la transparence t (u,v), s'exprime alors par :

$$a\ (u,v) = a_o \cdot\ \beta\ I\ (u,\ v)$$

Par suite, l'amplitude diffractée dans le plan focal Π' de la seconde lentille L_2 est proportionnelle à la transformée de Fourier de l'amplitude a (u,v), soit :

$$a_{\Pi'}\ \alpha\ \text{T.F.}\ \left(a_o\ \beta\ I\ (u,\ v)\right)$$

ou encore

$$a_{\Pi'}\ \alpha\ \text{T.F.}\left[I\ (u,\ v)\right]\quad (X',\ Y')$$

où X' et Y' sont les coordonnées réduites dans le plan Π' :

$$X' = \frac{X}{\lambda_2 F_2} \qquad Y' = \frac{Y}{\lambda_2 F_2}$$ (X et Y coordonnées dans le plan Π'.)

Nous obtenons :

$$a_{\Pi'}(X' Y') \propto \text{T.F.} \left(||\tilde{A}||^2 + ||\tilde{B}||^2 + \tilde{A}.\tilde{B}^* \cdot e^{-4i\Pi ua} + \tilde{A}^*.\tilde{B}. e^{+4i\Pi ua} \right)$$

$$= \text{T.F. } A(X',Y') * A^*(-X',-Y')$$
$$+ B(X',Y') * B^*(-X',-Y')$$
$$+ \left[A(X',Y') * B^*(-X',-Y')\right] * \delta(X' + 2a, Y')$$
$$+ \left[A^*(-X',-Y') * B(X',Y')\right] * \delta(X' - 2a, Y')$$

où $*$ désigne le produit de convolution.

Posons : $g(x,y) * h^*(-x,-y) = g \otimes h$

produit de corrélation des deux fonctions.

L'amplitude se met sous la forme :

$$a_{\Pi'}(X',Y') \propto A \otimes A + B \otimes B + (A \otimes B) * \delta(X' + 2a, Y') + (B \otimes A) * \delta(X' - 2a, Y')$$

On obtient donc dans le plan image Π' les produits de corrélation entre les deux transparences A etB, localisées en X' = + 2a et X' = - 2a.
Les signaux étant séparés spatialement, l'intensité lumineuse est donnée par l'expression :

$$I(X',Y') \simeq ||A \otimes A + B \otimes B||^2 + ||A \otimes B||^2 * \delta(X' + 2a, Y') + ||B \otimes A||^2 * \delta(X' - 2a, Y')$$

Dans le cas où la longueur d'onde de lecture λ_2 est différente de la longueur d'onde de l'enregistrement λ_1 et où les focales F_1 et F_2 des lentilles L_1 et L_2 sont différentes, on obtient des signaux de corrélation situés aux points de coordonnées

$$X' = \pm 2a \left(\frac{F_2}{F_1} \cdot \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)$$

Dans le cas général où les transparences A et B sont placées à des distances a et b des axes x_o et y_o, la transparence totale $\mathcal{A}_o$ s'écrit :

$$\mathcal{A}_o(x_o, y_o) = A(x_o - a, y_o - b) + B(x_o + a, y_o + b)$$

et les produits de corrélation sont obtenus aux points de coordonnées

$$(X',Y') = \pm \left(2a \frac{\lambda_2 F_2}{\lambda_1 F_1}, 2b \frac{\lambda_2 F_2}{\lambda_1 F_1}\right)$$

III.2. - DISPOSITIF EXPERIMENTAL DE "MIXAGE DEUX ONDES" ET RESULTATS

Pour réaliser la corrélation de signaux bidimensionnels nous avons tout d'abord utilisé un montage classique à double diffraction dans lequel l'onde de lecture a une longueur d'onde différente de celle des faisceaux d'enregistrement.

2.a. - Dispositif expérimental

L'enregistrement de l'hologramme de phase est effectué dans le volume du cristal BSO en configuration électro-optique transverse n° 1 (champ électrique externe appliqué perpendiculairement aux faces 110 du cristal), à la longueur d'onde d'inscription λ_1 = 514,5 nm.
Le réseau d'indice photoinduit est relu par un faisceau annexe à la longueur d'onde λ_2 = 633 nm issu d'un laser He-Ne de faible puissance. Un filtre rouge, diposé sur le trajet des ondes diffractées, empêche la propagation des faisceaux d'inscription pour ne pas gêner la détection des signaux dans le plan de corrélation Π' (figure 14).

La longueur d'onde de lecture λ_2 est choisie en tenant compte de l'absorption du BSO $\alpha(\lambda_2)$ (Planche n° I) afin d'éviter un effacement trop rapide de l'information enregistrée dans le matériau.
Cette onde est diffractée par le réseau inscrit dans le BSO et nous pouvons alors prévoir, compte tenu des propriétés physiques du cristal (biréfringence induite sous champ et pouvoir rotatoire), des états de polarisation différents pour les faisceaux transmis et diffracté qui permettront d'améliorer de façon importante le rapport signal sur bruit dans le plan de détection.

Le milieu d'enregistrement étant épais (épaisseur du cristal BSO ≈ 2 mm), l'incidence de l'onde de lecture doit être ajustée pour que le pic de "cross-corrélation" soit diffracté avec un maximum d'efficacité. Le faisceau est alors incliné par rapport à l'axe optique suivant l'angle de Bragg θ_B adapté à la fréquence spatiale moyenne Λ_s^{-1} due à l'interférence des parties A et B de la transparence.

Nous avons la relation de Bragg :

$$\frac{\sin \theta_B}{\lambda_2} = \frac{\sin \theta_i}{\lambda_1}$$

et $$\Lambda_s = \frac{\lambda_1}{2 \sin \theta_i}$$

d'où $$\sin \theta_B = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \Lambda_s^{-1}$$

Dans le plan focal de la seconde lentille L_2 (figure 14), des pics de corrélation sont observés révélant la présence et la position dans l'objet B de parties identiques à la référence A.

2.b. - Résultats expérimentaux[13]

α- Pics de corrélation

Les différentes transparences binaires utilisées au cours de l'expérience sont représentées en planche n°VIII ainsi que les résultats expérimentaux. La transparence photographique d'entrée (éventuellement réalisée par dépôts de chrome sur plaque de verre) est composée de deux groupes de données :

- Le mot référence TH-CSF
- et le groupe objet contenant deux mots TH-CSF

Dans le plan de corrélation, trois pics distincts sont présents en plus de l'ordre zéro : deux d'entre eux correspondent à la "cross-corrélation" des deux mots du groupe objet identiques à la référence, le troisième pic étant relatif aux mots TH-CSF dans l'objet (corrélation inter-objet).

La corrélation en temps réel a été effectuée avec des cristaux d'épaisseurs variées : de 2 mm à 200 µm, la distance inter-électrodes étant de 2 mm.

- Pour une puissance dans le spectre de A et B, P_S, égale à 200 µW, un champ appliqué E_O de 7,5 $kV.cm^{-1}$, les longueurs d'onde d'enregistrement et de lecture étant égales respectivement à 514,5 nm et 633 nm, nous avons obtenu pour un cristal de 2 mm d'épaisseur des pics de corrélation de 0,5 µW à 1 µW pour une puissance de lecture de 0,4 mW.

β - Temps d'inscription des signaux de corrélation et sensibilité

Nous avons mesuré les temps d'inscription des pics de corrélation afin de déterminer le fonctionnement optimal du cristal placé dans le plan de Fourier d'une lentille L_1 et éclairé "ponctuellement", le montage utilisé pour ces mesures ayant un temps de réponse très court ($t < 5$ ms).

Les courbes, représentées sur les Planches n°s IX & X donnent la variation de l'intensité d'un pic de corrélation et du temps d'inscription, τ, de celui-ci, en fonction de la puissance incidente dans le spectre P_S, pour deux longueurs d'onde d'inscription : λ_1 = 488 nm et λ_1 = 514,5 nm.
La constante de temps, τ, pour former le pic de corrélation par modulation de la charge d'espace dans le BSO ou pour l'effacer est d'environ 25 ms pour une puissance incidente dans le spectre de 200 W à λ_1 = 488 nm.
Lorsque le champ appliqué E_o diminue les temps de montée diminuent également mais les intensités des pics de corrélation décroissent comme le carré du champ.
Les temps d'inscription sont plus faibles pour λ_1 = 488 nm que pour λ_1 = 514 nm ; cependant on atteint plus rapidement une saturation du signal de corrélation à la longueur d'onde λ_1 = 488 nm, c'est pourquoi nous travaillerons de préférence à 514 nm.
Les faibles valeurs de τ (toujours inférieur au cinquième de seconde) justifient la dénomination de "fonctionnement en temps réel", même pour les faibles puissances incidentes dans le spectre du signal.

L'énergie nécessaire à l'inscription, s^{-1}, est plus importante pour la longueur d'onde d'inscription de 514 nm que pour 488 nm, sous les mêmes conditions expérimentales. Pour un pas moyen des franges Λ_s de 34 µm, un champ appliqué E_o de 8,5 kV.cm^{-1}, une puissance de l'onde de lecture de 0,4 mW, nous obtenons typiquement les valeurs suivantes de la sensibilité, pour une puissance P_s égale à 200 µW dans le spectre :

λ_1 = 488 nm $\quad S^{-1} \simeq 5$ µJ/Surface utile du BSO
λ_1 = 514 nm $\quad S^{-1} \simeq 10$ µJ/Surface utile du BSO

γ - Sensibilité au positionnement du cristal

Lorsque le cristal est placé en dehors du plan de Fourier de la lentille L_1 (figure 14), l'intensité du pic diffracté diminue. L'une des propriétés de ce "filtre adapté" à la corrélation que constitue l'hologramme de volume, est une faible sensibilité au positionnement au voisinage du foyer. Le signal de corrélation reste au voisinage de sa valeur maximale lorsque le réseau d'interférence des faisceaux d'inscription se forme à l'intérieur du cristal. L'épaisseur du BSO doit donc être située dans le volume de diffraction défini par le système optique d'enregistrement (forme de la pupille, focale,...) ou centré sur ce volume lorsqu'il est inférieur à l'épaisseur du cristal. La figure 15 montre l'évolution de l'intensité d'un pic de corrélation en fonction de la distance du cristal au foyer géométrique F_1.
Pour le cas expérimenté (f_1 = 750 mm. λ_1 = 514,5 nm); la précision nécessaire pour la focalisation est typiquement $\Delta z = \pm$ 3 mm pour obtenir une chute de 3 dB du signal de corrélation.

δ - Sélectivité angulaire

Comme nous l'avons noté précédemment, l'hologramme étant enregistré en milieu épais, il est nécessaire que l'incidence θ_ℓ de l'onde de lecture tienne compte du critère de Bragg : $\theta_\ell = \theta_B$. Pour un pas de franges donné, la sélectivité $\delta\theta$ qui représente la variation angulaire permise autour de θ_B, est inversement proportionnelle à l'épaisseur utilise du cristal.
La largeur de la bande passante angulaire utilisable est limitée à

$$\delta\theta \simeq \frac{n\Lambda}{e} \qquad (2)$$

autour de la direction moyenne de diffraction.

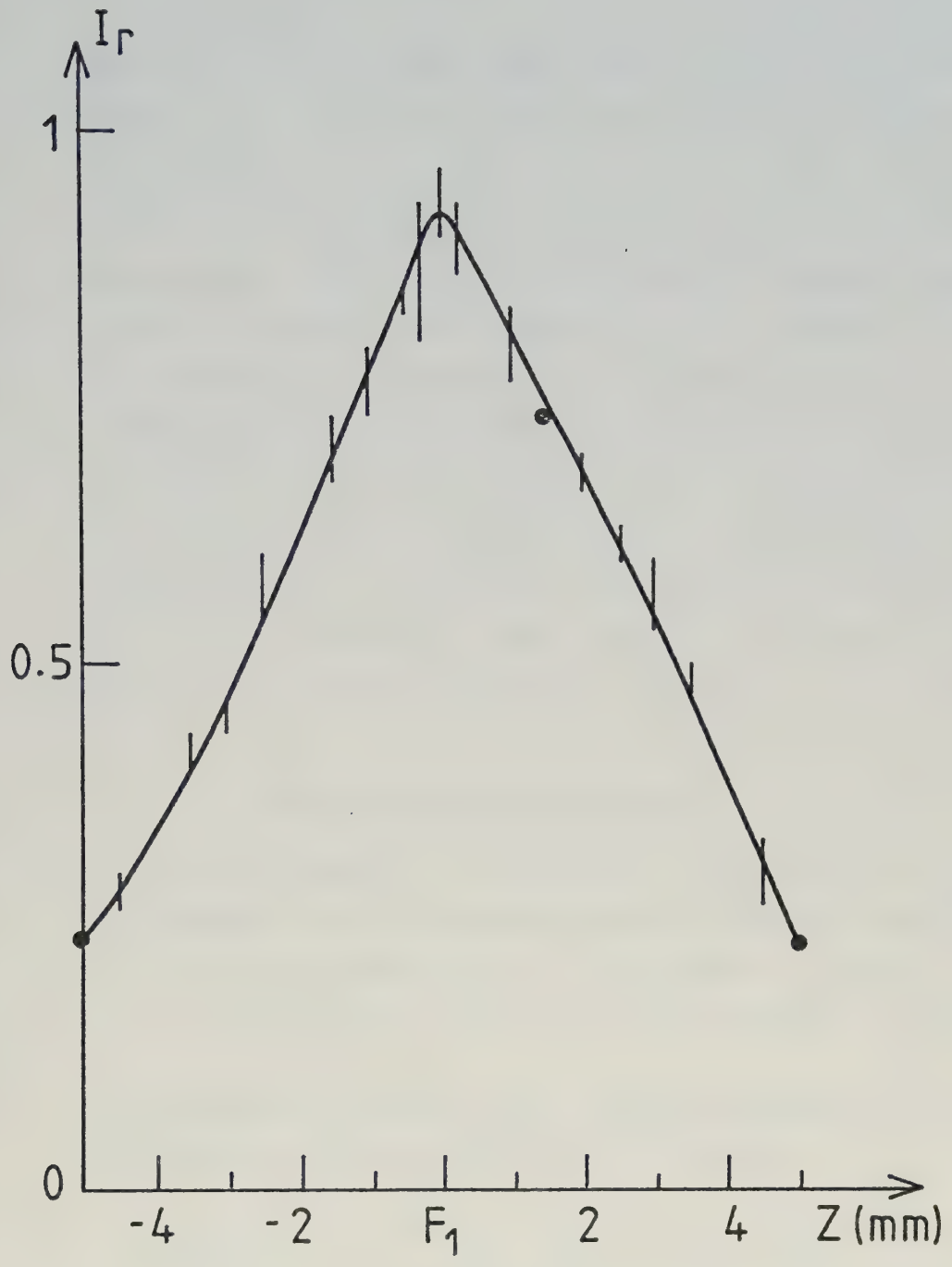


FIG. 15

Pour un cristal d'épaisseur égale à 2 mm, nous avons mesuré $\delta\theta \simeq 2{,}2°$ conformément à la valeur théorique en prenant n = 2,65 pour λ_1 = 488 nm ; pour un cristal d'épaisseur 200 µm, nous trouvons expérimentalement $\delta\theta \simeq 5{,}5°$. Cette valeur plus élevée de $\delta\theta$ permet de diffracter une plus grande quantité d'informations autour de la position moyenne θ_B ; le rendement de diffraction est cependant plus faible puisqu'il diminue comme le carré de l'épaisseur d'interaction.
Le dispositif de corrélation (f_1 = 750 mm) permet la diffraction dans les ordres + 1 et - 1 pour des cristaux de 2 mm ou 200 µm d'épaisseur ; il est cependant préférable de régler l'incidence de l'onde de lecture de manière à favoriser un seul ordre de diffraction, surtout pour les cristaux d'épaisseur 1 à 2 mm.

ψ - Rendement de diffraction

Le rendement de diffraction peut être contrôlé et optimisé sous l'influence de différents paramètres.

- Champ électrique E_o appliqué au cristal ($\eta \propto E_o^2$)
- Epaisseur "utile" ou d'interaction du BSO.

Les rendements mesurés sont faibles (inférieurs à 1 %) mais suffisants pour la détection des signaux de corrélation.

L'augmentation du champ électrique au-delà d'une valeur de 10 $kV.cm^{-1}$ nécessitant la mise en oeuvre d'une technologie spécifique (par exemple l'immersion du cristal dans un gel pour empêcher les claquages), nous nous sommes limités au cours de cette étude à des champs de l'ordre de 6 à 8 $kV.cm^{-1}$, le champ minimum pour la détection des signaux étant d'environ 2 $kV.cm^{-1}$.

L'augmentation du volume d'interaction est liée en partie aux composantes du système optique d'enregistrement, nous avons donc choisi de préférence des focales longues pour la lentille de Fourier L_1, l'épaisseur maximale des cristaux étant fixée à 2 mm.

ε - Rapport signal à bruit

L'étude effectuée au second chapitre de ce mémoire sur les états de polarisation des ondes diffractées par un réseau d'indice enregistré dans le volume du BSO, permet de prévoir une amélioration importante du rapport signal à bruit en utilisant les propriétés de diffraction anisotropes du matériau.

Expérimentalement, on obtient un gain appréciable sur le rapport Signal/Bruit à l'aide des dispositifs suivants :

- lame $\frac{\lambda}{2}$ (pour λ = 633 nm) disposée sur l'onde de lecture pour en optimiser la polarisation.
- Analyseur (feuille polaroïd) disposé au voisinage du plan de corrélation.

L'amélioration de $\frac{S}{B}$ est très nette lorsque ces deux dispositifs sont utilisés simultanément, ainsi que le montrent les résultats de la planche n° XI.
La diminution du bruit est effectuée très simplement sans détérioration de la qualité de l'onde diffractée.

CONCLUSION

L'expérience décrite ci-dessus montre qu'il est possible de réaliser une corrélation entre des signaux binaires bidimensionnels en temps réel à l'aide d'un support électro-optique photosensible, tel que le BSO, disposé dans le plan de Fourier d'un montage à double diffraction où les longueurs d'onde d'enregistrement et de lecture sont différentes.

Ce changement de longueur d'onde peut être évité dans une configuration différente, comme nous allons le montrer.

III.3. - CORRELATION DE SIGNAUX REALISEE DANS UN DISPOSITIF DE "MIXAGE QUATRE ONDES"

Nous avons réalisé une expérience de corrélation de signaux sans changement de longueur d'onde lors de la lecture, selon un schéma de "mixage quatre ondes" pratiquement analogue à celui étudié par Yariv et al [14] [15] dans des expériences de convolution et corrélation de signaux.
Dans ce montage, l'onde de lecture, plane et uniforme est colinéaire et de sens inverse à la direction de la partie référence (A) de la transparence à étudier. Un tel dispositif permet de respecter la condition de Bragg pour toutes les parties B_1, B_2,... B_n de l'objet B et supprime ainsi les effets de sélectivité angulaire sur l'intensité des pics de corrélation objet-réference qui sont alors diffractés avec un maximum d'efficacité.

3.a. - Dispositif expérimental

L'enregistrement de l'hologramme de phase dans le cristal BSO est effectué de la même manière que dans le dispositif de corrélation précédent : la transparence à étudier (τ) composée de la référence A et de l'objet B est placée dans le plan de la première lentille L_1 du montage à double diffraction, le BSO étant disposé dans le plan focal de L_1.
L'onde de lecture, de même longueur d'onde que celle des faisceaux d'inscription, est plane, uniforme, colinéaire à l'axe de la référence A et de sens de propagation inverse ; elle est diffractée par le réseau de phase inscrit dans le volume du BSO selon la direction de A et B, puis séparée à l'aide d'une lame semi-réfléchissante (SR). On dispose sur son trajet une seconde lentille L_2 dans le plan focal de laquelle sont détectés les signaux de corrélation (figure 16).

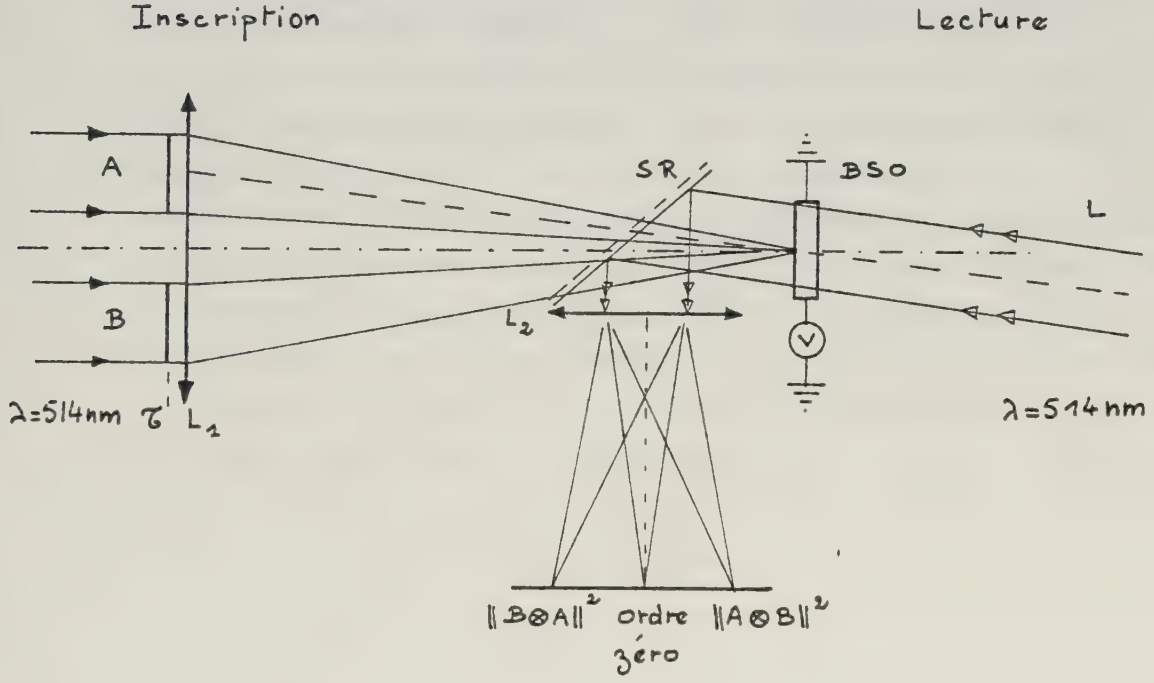


FIGURE 16

Configuration de "mixage quatre ondes"

Ce montage est analogue au dispositif de "mixage quatre ondes "dégénéré" étudié en détail dans de nombreuses publications [15] [16].

Les quatre ondes, deux ondes d'inscription, une onde de lecture et une onde diffractée, constituent un système complexe ; nous ne considérons ici que le réseau résultant de l'interférence des deux ondes d'inscription A et B qui diffracte l'onde de lecture L.

3.b. - Résultats expérimentaux

Nous avons utilisé lors des expériences un cristal d'oxyde de bismuth de silicium d'épaisseur 1 mm, de distance inter-électrodes de 2 mm. Les résultats obtenus pour une transparence binaire composée de groupes de "mots" sont présentés en Planche n° XII.

α- Pour un système optique d'inscription à faible ouverture numérique (par exemple focale de L_1, f_1 = 75 cm et diamètre de la transparence ϕ = 4 cm.), nous obtenons simultanément trois pics de corrélation dans l'ordre + 1 et trois pics dans l'ordre - 1. Tous les pics d'un même ordre diffracté ont à peu près une même puissance, de 8 à 12 nW, pour une puissance dans le spectre de A et B, P_S, de 350 µW, un champ E_o de 7,5 $kV.cm^{-1}$, et une puissance de 2 mW de l'onde de lecture, la longueur d'onde utilisée pour l'inscription et la lecture étant égale à 514,5 nm.

Les légères variations de puissance pour les différents pics de corrélation, s'expliquent par la dépendance de la reflectivité ρ avec le pas des franges Λ enregistré. (Planche n° XIII).

$\underline{\beta}$- Lorsque le système a une ouverture numérique plus importante (par exemple $f_1 = 25$ cm) nous observons également des pics de corrélation diffractés dans l'ordre + 1, la sélectivité angulaire $\delta\theta$ ne permettant pas la diffraction dans l'ordre - 1. (Planche n° XIV).

$\underline{\gamma}$- Les propriétés de polarisation des matériaux électro-optiques possédant du pouvoir rotatoire et de la biréfringence induite sont également mises en évidence : on supprime une importante partie du bruit en disposant juste avant le plan d'observation des signaux de corrélation un polariseur linéaire convenablement orienté. Toutefois, ces configurations à quatre ondes faisant intervenir plusieurs faisceaux de même longueur d'onde, dans le cristal, elles sont complexes à étudier du point de vue polarisation et il est difficile de prévoir pour les ondes diffractée et transmise les états de polarisation.

$\underline{\delta}$- D'autre part les pics de corrélation dûs à l'interférence de deux composantes B_1 et B_2 de l'objet B pouvant être gênants on peut les supprimer en exploitant les variations de la sélectivité angulaire $\delta\theta$ en fonction de l'ouverture numérique du système optique d'inscription.

Considérons le dispositif suivant :

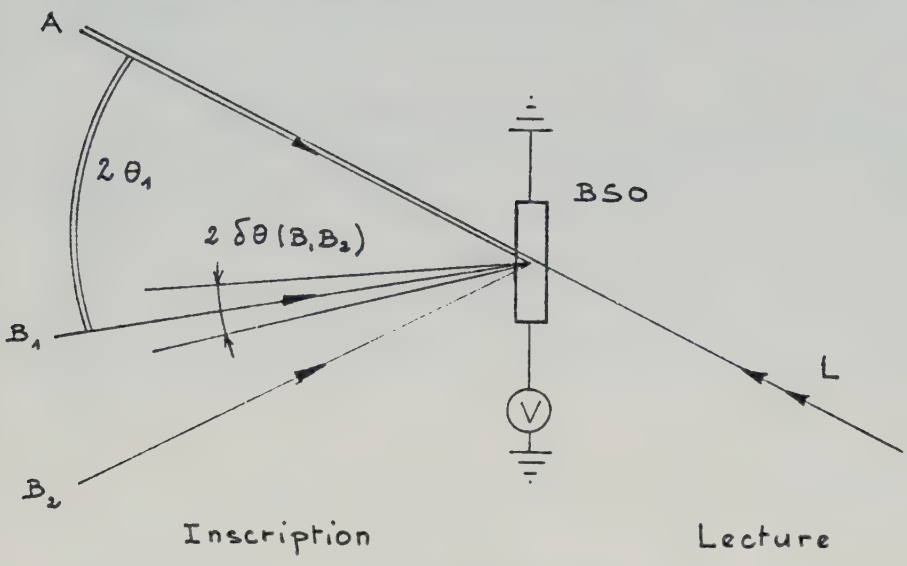


FIGURE 17

Outre les réseaux constitués dans le cristal BSO par interférences des "couples" référence - objet (A, B_1) et (A,B_2), nous devons tenir compte de celui formé par B_1 et B_2.

Lors de la lecture par l'onde L, si $\delta\theta\ (B_1\ B_2) = \dfrac{n\Lambda\ (B_1 B_2)}{e}$ est la sélectivité angulaire pour un pas de franges $\Lambda\ (B_1\ B_2) = \dfrac{\lambda}{2 \sin\ (\theta_2 - \theta_1)}$, nous observons :

- La présence d'un pic de corrélation si $2\ \theta_1 \leqslant \delta\theta\ (B_1, B_2)$
- L'absence d'un signal de corrélation si $2\ \theta_1 > \delta\theta\ (B_1, B_2)$

Pour nous affranchir d'un signal de corrélation inter-objets, il nous suffit alors de calculer l'ouverture numérique du système, pour laquelle $2\theta_1 > \delta\theta$

Les résultats obtenus pour une transparence binaire de diamètre ϕ = 4 cm, dans laquelle AB_1 = 11 mm et AB_2 = 19 mm, disposée dans le plan d'une lentille L_1 (de distance focale f_1 = 25 cm) du montage de corrélation, confirment les prévisions (Planche n° XIV) : nous observons des signaux de corrélation entre A B_1 et A B_2, mais aucun pic pour B_1 et B_2.

La sélectivité angulaire expérimentale $\delta\theta$ est en accord avec l'expression $\delta\theta \simeq \frac{n \lambda}{e}$ (2), puisque les calculs de l'ouverture numérique qui permet de supprimer la corrélation inter-objets ont permis l'obtention des résultats escomptés.

CONCLUSION

Pour réaliser la corrélation optique de signaux bidimensionnels nous avons expérimenté un dispositif de lecture sans changement de longueur d'onde, dans une configuration de "mixage quatre ondes", qui permet de respecter la condition de Bragg pour toutes les parties de l'objet B à comparer à une référence A, quelle que soit l'ouverture numérique du système d'inscription.
Suivant la taille des transparences à étudier, on pourra réaliser la corrélation de signaux bidimensionnels en choisissant d'effectuer la lecture à une longueur d'onde identique à celle de l'inscription ou différente de celle-ci.

IV - DIFFERENTS DISPOSITIFS COMPLETANT LE SYSTEME DE CORRELATION DE SIGNAUX BIDIMENSIONNELS

INTRODUCTION

Dans ce chapitre, nous décrivons deux expériences complétant un système de corrélation de signaux bidimensionnels.

Au cours de la première partie nous étudierons une méthode d'introduction en temps réel des données à traiter dans un dispositif de corrélation, puis nous examinerons un montage qui permettrait, par suppression des aberrations de phase, d'obtenir un fonctionnement limité par diffraction.

IV.1. - INTRODUCTION DE DONNEES EN TEMPS REEL DANS UN "CORRELATEUR" A L'AIDE D'UN TRANSDUCTEUR ELECTRO-OPTIQUE

Un dispositif simple permettant l'introduction des informations en temps réel et leur projection en parallèle a été étudié au laboratoire [17].

Le transducteur électro-optique (également appelé "valve optique") ainsi élaboré associe deux éléments principaux :

- Un photoconducteur épais à haute sensibilité éclairé par la source d'informations
- un matériau électro-optique destiné à moduler spatialement l'état de polarisation du faisceau de lecture.

Sous illumination locale, l'impédance du photoconducteur (BSO) diminue et le champ électrique appliqué à l'ensemble est en grande partie transféré au matériau électro-optique (cristal liquide) qui voit par exemple sa biréfringence modifiée. La répartition spatiale de biréfringence est alors visualisée sur le faisceau de lecture par un ensemble polariseur-analyseur croisés ou parallèles.
Dans l'obscurité, la conductivité du BSO est élevée et supérieure à celle du cristal liquide et le phénomène de transfert de champ n'a pas lieu.

L'inscription et la lecture de la valve pouvant être éffectuées en lumière cohérente et incohérente nous étudierons dans un premier montage un schéma d'inscription de l'information en éclairage incohérent (issu d'une lampe halogène blanche) puis dans une seconde expérience une inscription des données par balayage d'un faisceau de lumière cohérente issue d'un laser Argon, la lecture des informations stockées sur la valve étant effectuée dans les deux cas en éclairage cohérent (onde plane issue d'un laser Argon).

1.a. - Caractéristiques principales de la cellule BSO/cristal liquide

L'objet de notre étude étant l'utilisation du transducteur électro-optique BSO/Cristal liquide pour introduire des données en temps réel dans le "corrélateur", nous ne rappellerons que très brièvement le mode de fonctionnement et les caractéristiques principales de ce dispositif.

Schématiquement le transducteur est constitué de deux éléments principaux :

- Un élément photoconducteur épais à haute sensibilité (BSO ou BGO) éclairé par une source d'informations cohérente ou incohérente.

- Un élément électro-optique (cristal liquide) destiné à moduler spatialement l'état de polarisation du faisceau de lecture.

α - L'élément photoconducteur

Les études réalisées au laboratoire ont permis de mettre en évidence les caractéristiques optiques et éléctro-optiques des oxydes mixtes Bi_{12} Si O_{20} (BSO) telles que absorption optique, photoconductivité et sensibilité, que nous avons rappelées dans le premier chapitre de ce mémoire.

Le spectre d'absorption $\alpha(\lambda)$ (Planche n° I) dans le domaine visible permet de définir les longueurs d'ondes auxquelles s'effectueront l'inscription et la lecture des informations.

Inscription	λ < 480 nm (absorption forte) ou lumière blanche	$\alpha > 5\ cm^{-1}$
Lecture	λ > 480 nm (absorption faible)	$\alpha < 5\ cm^{-1}$

D'autre part, le monocristal BSO est ici soumis à une tension alternative de fréquence variable et non plus à une tension continue comme c'est le cas pour une utilisation holographique. La forme générale des caractéristiques courant-fréquence pour différentes valeurs du flux lumineux incident ϕ (éclairage uniforme) est représentée sur la Planche n° XV.

β - Elément électro-optique

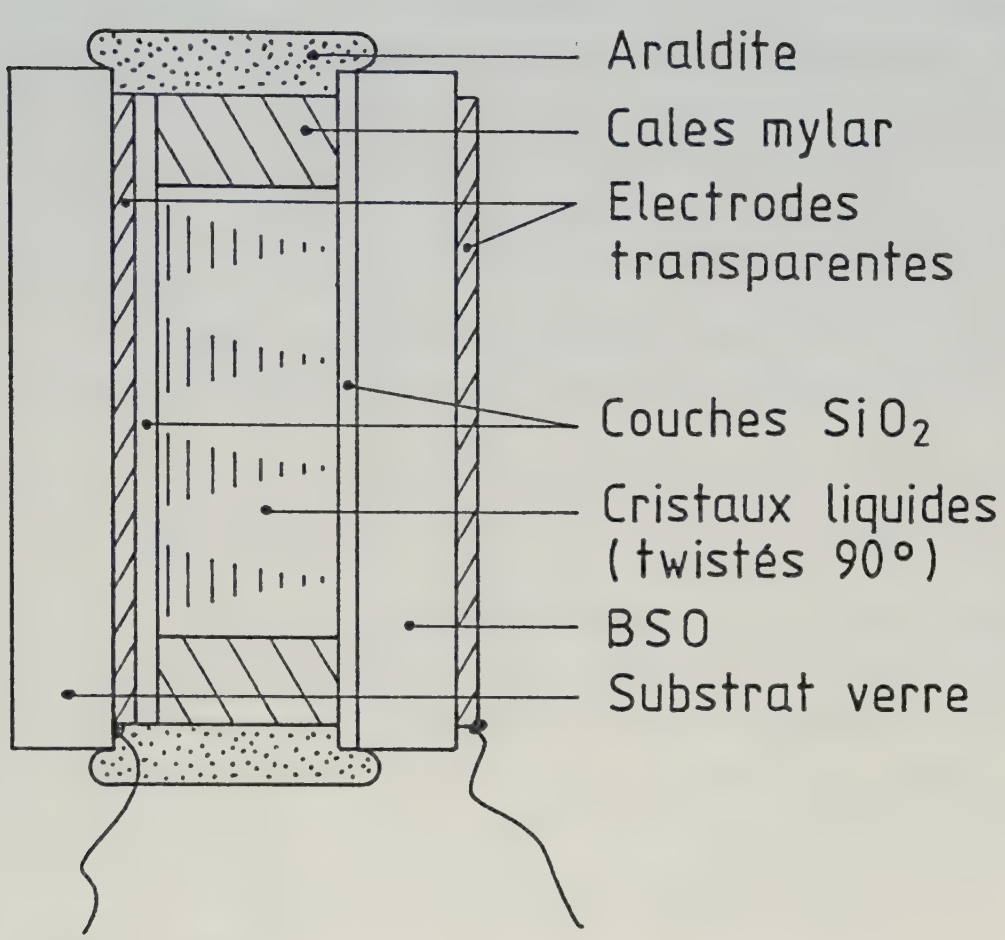
Le cristal liquide doit permettre de visualiser les différences d'éclairement reçues par le photoconducteur. Ce matériau est utilisé pour les variations importantes de ses caractéristiques optiques sous champ électrique appliqué. Le mode de fonctionnement utilisé dans la structure étudiée est la biréfringence électriquement contrôlée dans un nématique à anisotropie positive.[17]

Le cristal liquide utilisé est le Pentylcyanobiphényl (PCB) qui est nématique entre 18° C et 35° C. Ses principales caractéristiques, mesurées à 25° C sont résumées ci-cessous :

- Conductivité ($\Omega.cm^{-1}$)	10^{-9}
- Constante diélectrique parallèle	19
- Constante diélectrique perpendiculaire	6
- Tension de seuil de formation V_S	1 V
- Indice ordinaire n_o	1,53
- Biréfringence $\Delta n = n_1 - n_o$	0,23

Pour imposer un sens de rotation connu à toutes les molécules de cristal liquide, leur orientation au repos (pas de tension appliquée) est fixée parallèlement à une direction donnée Δ faisant un petit angle avec le plan des parois de la cellule, ceci par l'action d'une "couche d'accrochage" de $Si\ O_2$.

Nous donnons en figure 18 un schéma détaillé de la valve BSO/Cristal liquide réalisée au laboratoire.



STRUCTURE DÉTAILLÉE DE LA VALVE BSO-CRISTAL LIQUIDE

FIG. 18

γ - Fonction de transfert de modulation

Pour les applications de la "valve optique" que nous envisageons, il est nécessaire de connaître sa fonction de transfert de modulation (F.T.M.) qui a été mesurée expérimentalement : la longueur d'onde d'inscription sur la valve d'un réseau de franges de pas variable, obtenu par un interféromètre de Michelson, étant égale à λ = 488 nm, et l'onde de lecture plane, issue d'un laser He-Ne étant à la longueur d'onde λ = 633 nm.
Les points expérimentaux et la courbe théorique de la F.T.M. donnée par P. Aubourg[17] sont représentés en Planche n° XVI.

δ - Conclusion

Le transducteur électro-optique étudié est composé d'un élément photoconducteur épais (BSO) qui, sous illumination locale voit son impédance diminuer et transfère en grande partie le champ électrique, appliqué à l'ensemble BSO et cristal liquide, au seul matériau électro-optique (cristal liquide de PCB) dont la biréfringence est alors modifiée.
La cellule fonctionne à température ambiante sous faible tension de commande.
Cette structure BSO/Cristal liquide, dont les performances dynamiques sont intéressantes, permet d'introduire des données en temps réel et de projeter en parallèle des informations.

Les performances enregistrées au laboratoire avec ce transducteur électro-optique sont les suivantes :

- Nombre de points dans l'image : 300 x 300
- Contraste image : 10/1
- Temps d'inscription : 5 à 15 ms
- Tension de commande : < 50 V
- Fréquence d'excitation : 100 à 900 Hz
- Energie d'inscription : 5 $\mu J.cm^{-2}$ à λ = 442 nm

De plus, la mesure de la fonction de transfert par une méthode utilisant la diffraction par un réseau d'indice épais a permis de mettre en évidence une bande passante à 3 dB de 10 $p.\ell.mm^{-1}$.

Le fonctionnement de cette "valve optique" en lecture cohérente offre la possibilité d'une utilisation dans des dispositifs de traitement du signal, par exemple la corrélation de fonctions bidimensionnelles.

1.b. - Introduction des informations en éclairage incohérent dans le "corrélateur"

On envisage d'utiliser le transducteur électro-optique précédemment décrit pour réaliser une conversion incohérent/cohérent de l'information à traiter dans le corrélateur.

α - Dispositif expérimental d'introduction des données

La transparence des données à traiter est éclairée en lumière incohérente issue par exemple d'une lampe halogène blanche ; l'information est ensuite projetée à l'aide d'une optique sur la valve BSO/Cristal liquide et s'y inscrit.
On procède à la lecture de l'information ainsi stockée sur le transducteur en l'éclairant uniformément en lumière cohérente à une longueur d'onde adaptée au bon fonctionnement du BSO du montage de corrélation (Figure 14).
En effet, l'information restituée par la valve sera ensuite inscrite sur le BSO "de corrélation" ; il convient donc de travailler dans une gamme de longueurs d'onde pour lesquelles le monocristal a une bonne sensibilité. Nous utiliserons la longueur d'onde λ = 514 nm qui donne de bons résultats, tant en intensité du signal de corrélation qu'en temps d'inscription du pic (Chapitre III).

D'autre part, le transducteur est composé en partie d'un monocristal de BSO qui est également sensible à la longueur d'onde λ = 514 nm, et le problème de l effacement d'une information enregistrée dans le cristal lors de sa lecture en éclairage monochromatique uniforme se pose de nouveau (Chapitre I), l'effacement étant d'autant plus rapide que la longueur d'onde de lecture est courte.
Cependant, cet effacement, dû à une répartition uniforme des photoporteurs, peut être évité si l'intensité de l'onde de lecture est faible ; elle devra être d'autant plus faible que l'absorption à la longueur d'onde utilisée, $\alpha(\lambda)$, est importante.

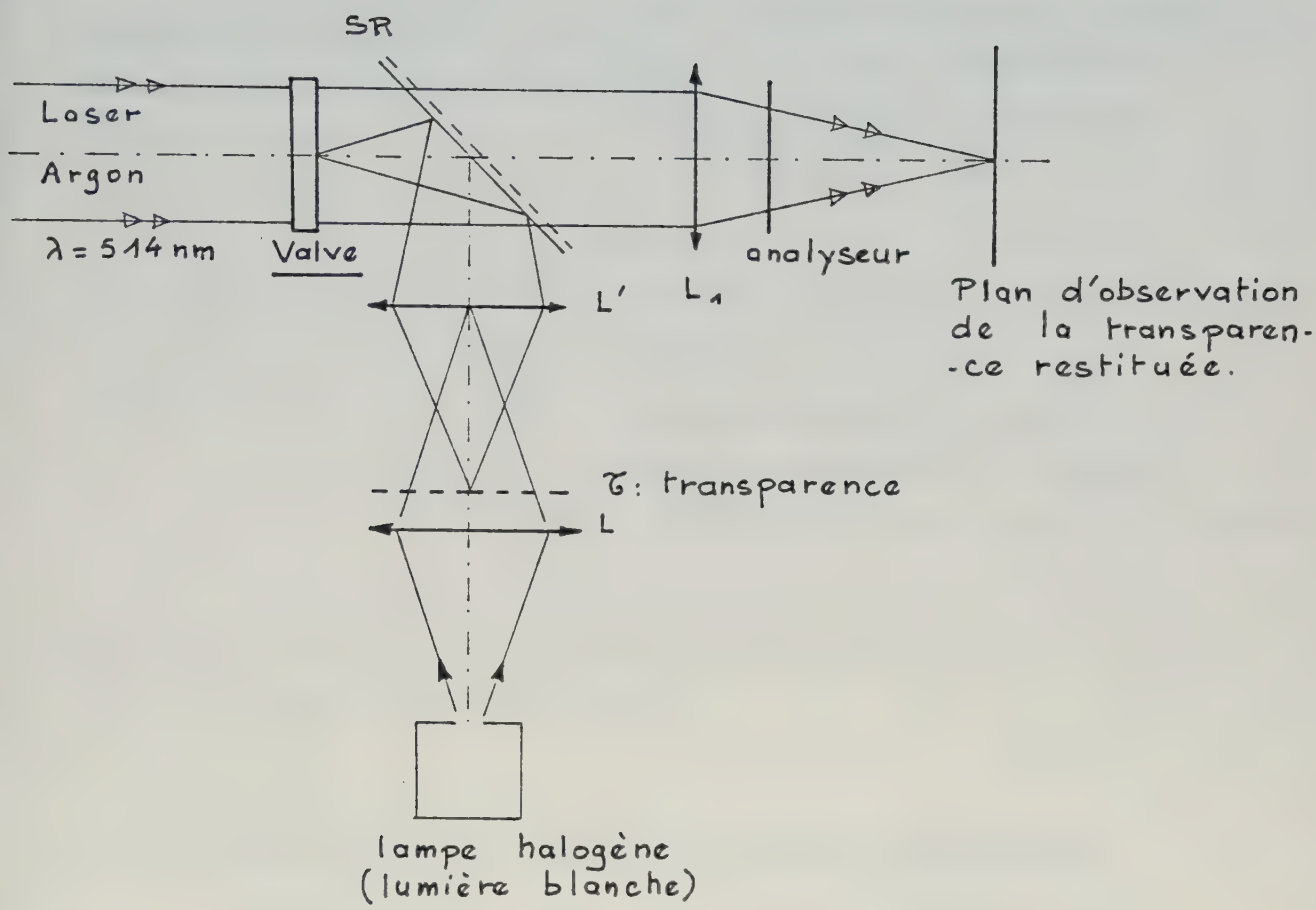


FIGURE 19

Introduction de données par un transducteur électrooptique

Nous avons réalisé le dispositif d'introduction de données représenté sur la figure 19.

Les conditions optimales de fonctionnement du transducteur, qui permettent d'obtenir une bonne transmission de l'information avec un contraste uniforme pratiquement égal à l'unité (C ≃ 0,95), et une bonne définition sont les suivantes :

$P_{incidente}$ ≃ 10 mW/cm^2 : onde d'inscription (lumière blanche)
$P_{lecture}$ ≃ 300 µW/cm^2 : lecture à λ = 514 nm
Surface valve ≃ 4,2 cm^2 : surface utile de la valve
V ≃ 25 à 30 V : tension appliquée à la valve
f ≃ 700 à 900 Hz : fréquence d'excitation de la valve

Les résultats obtenus lors de la restitution d'une mire (complexe) et d'une transparence constituée de mots sont présentés sur la Planche n°XVII.

ß- Couplage de ce dispositif avec le "corrélateur"

Lors de l'étude du montage de corrélation "simple" (Chapitre III), nous avons noté qu'une intensité minimale était nécessaire dans le spectre de la transparence (plan de Fourier de la lentille L_1) où est disposé le cristal BSO, une simple variation d'éclairage de la transparence à traiter permettant d'obtenir dans le plan du BSO l'intensité souhaitée. La valve optique ne permet pas ce type de réglage. En effet, si l'on augmente l'intensité de l'onde d'inscription ou celle de lecture du transducteur, on constate une saturation, accompagnée d'une chute du contraste qui devient alors variable dans le plan de la transparence restituée ainsi qu'une destruction partielle ou totale de l'information et ceci quels que soient les réglages de la fréquence et de la tension appliquées à la valve.

Les conditions optimales de fonctionnement du transducteur imposent donc en particulier une faible puissance de l'onde de lecture (λ = 514 nm) de quelques centaines de micro-watts. (P_{max} = 300 µW (cm^2). Elle permet toutefois d'obtenir au foyer d'une lentille quelques dizaines de micro-watts suffisants pour réaliser la corrélation de signaux.

Le dispositif expérimental d'introduction des données par transducteur et de corrélation des informations est représenté sur la figure 20.
L'information inscrite sur la valve par projection d'une transparence en éclairage incohérent est restituée par lecture en éclairage cohérent à la longueur d'onde λ = 514,5 nm. La transparence ainsi restituée devant permettre l'introduction des données dans le "corrélateur", on dispose la valve à proximité de la lentille L_1 dans un montage à double diffraction selon le schéma déjà décrit (Chapitre III - figure 14).

γ - Résultats expérimentaux

L'introduction d'un système d'entrée de données, tel que la "valve optique", dans un montage de corrélation est susceptible de dégrader la réponse du système optique et en particulier de modifier la qualité de l'information enregistrée par le BSO de corrélation.
Nous avons donc établi quelques comparaisons préliminaires entre le système de corrélation simple dans lequel la transparence à étudier est placée directement contre la lentille L_1 du montage à double diffraction et ce nouveau système contenant une valve BSO/cristal liquide, avant de procéder à la corrélation de signaux.

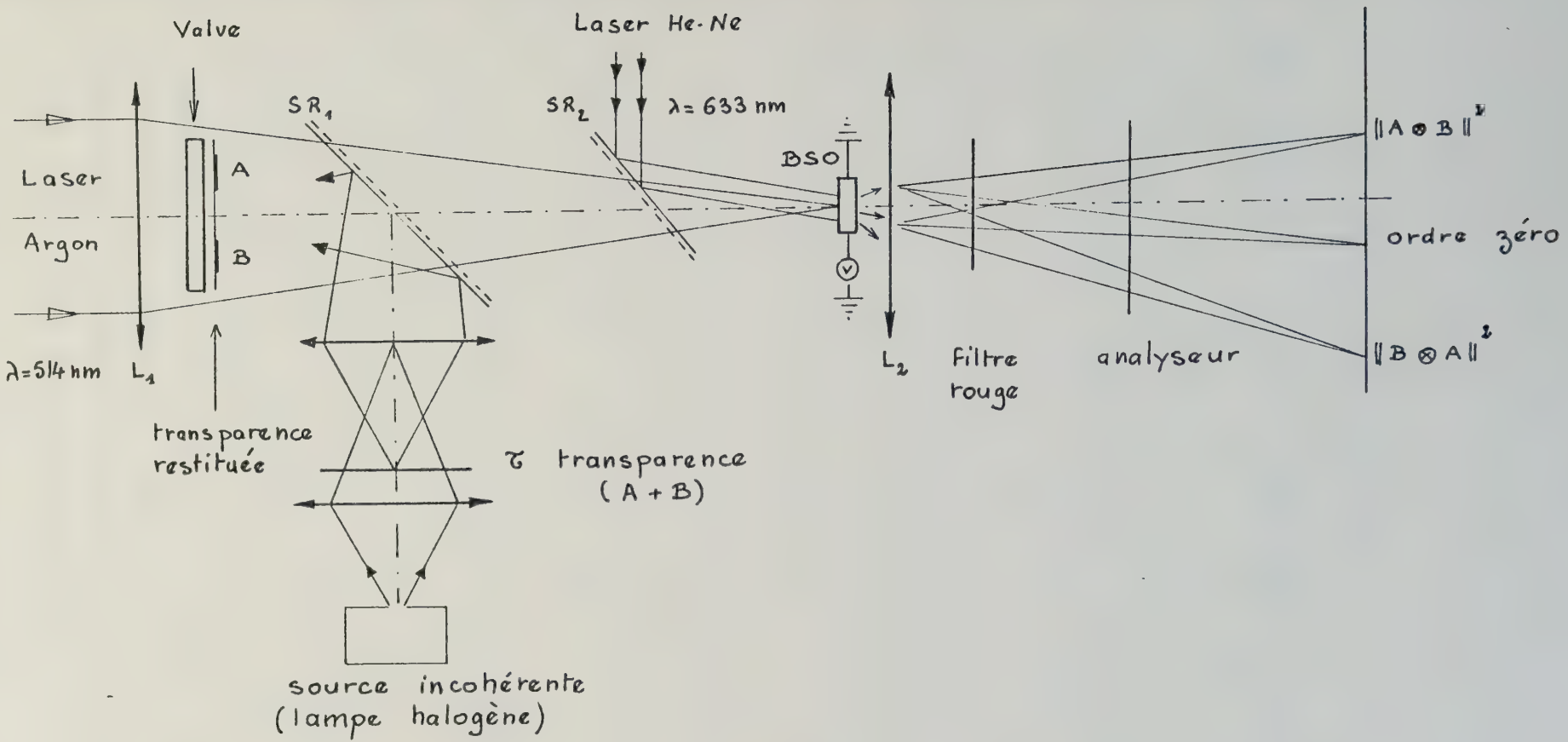


FIGURE 20

Introduction de données par valve optique dans le "corrélateur"

1) Taches de diffraction

Les taches de diffraction observées, à l'aide d'un objectif de microscope, dans le plan du BSO (plan focal de L_1) pour les deux systèmes optiques sont données en Planche XVIII.
La tache du système optique simple sans valve est une tache d'Airy légèrement distordue par les composants optiques disposés sur le trajet du faisceau entre la première lentille L_1 et son plan focal (lames semi-réfléchissantes, polariseurs,...).
La tache de diffraction obtenue avec le système optique contenant le transducteur présente deux axes perpendiculaires dûs à la géométrie de la valve de pupille rectangulaire ; la partie centrale n'est pas uniforme à cause des distorsions de phase importantes induites par :

- La non uniformité d'épaisseur du cristal liquide.
- et les défauts de polissage du BSO

auxquelles s'ajoutent celles des composants optiques (polariseurs, lames semi-réfléchissantes...).

2) Spectres de transparences. Fréquence de coupure

Les spectres des objets à étudier obtenus pour les deux montages, dans le plan du BSO de corrélation (plan de Fourier de L_1) sont représentés en Planche n° XIX.
Le spectre très basse fréquence de l'objet complexe, observé avec un objectif de microscope, est mieux défini par le système optique ne contenant pas la valve.
D'autre part, l'observation du spectre de Fourier d'une mire complexe, obtenu avec les deux montages, présenté en Planche n°XIX, permet de confirmer que la valve ne laisse passer que les basses fréquences ; sa fréquence de coupure $\nu_c = \frac{X}{\lambda d}$ étant inférieure ou égale à 14 mm^{-1}, où :

X = distance de la première harmonique au point de composante continue du spectre

d = distance entre le plan de Fourier et celui de la valve.
λ = longueur d'onde de lecture = 514,5 nm.

Ceci ne doit cependant pas limiter notablement la résolution du système, un grand nombre d'informations relatives aux objets à étudier étant contenues dans la partie basse fréquence du spectre.

3) Corrélation de signaux

Nous avons réalisé à l'aide du dispositif représenté en figure 20, comprenant un transducteur électro-optique et un système de traitement du signal, la corrélation en temps réel de signaux binaires bidimensionnels.
Les pics obtenus dans le plan de corrélation, ainsi que la transparence traitée sont représentés sur la Planche n° XX , les conditions expérimentales étant les suivantes :

- $P_{\text{inscription valve}} = 10\ mW/cm^2$ (lumière blanche)
- $P_{\text{lecture valve}} = 300\ \mu W/cm^2$ (λ = 514 nm)
- $P_{\text{spectre BSO}} \simeq 60$ à 100 μW (λ = 514 nm)
- Surface valve = $4,2\ cm^2$
- $E_{\text{BSO de corrélation}} \simeq 7,5\ kV/cm$

Les intensités des pics de corrélation diffractés dans l'ordre + 1, représentées en Planche n° XX , sont de l'ordre de 5 à 12 nW, pour une puissance incidente dans le spectre d'environ 60 μW.

La corrélation de signaux bidimensionnels introduits dans le montage de corrélation par un transducteur électro-optique ayant été réalisée nous avons ensuite procédé à la comparaison de la qualité des pics obtenus avec chacun des dispositifs de traitement, dans les mêmes conditions expérimentales.

Nous avons analysé les signaux de corrélation à l'aide du dispositif suivant :

- Une caméra collecte les signaux lumineux présents dans le plan de corrélation, puis envoie un signal (électrique) sur un oscilloscope à mémoire. On peut alors visualiser les trames qui représentent l'image détectée par la caméra ou seulement, une partie d'une trame (≃ 300 lignes) puis ensuite, une ligne de cette trame, soit par exemple celle sur laquelle les signaux recherchés atteignent leur valeur maximum.

Nous avons ainsi obtenu les résultats présentés en Planche n° XXI, pour les deux dispositifs de corrélation.

Nous remarquons que pour les deux montages (avec "valve optique" et sans valve optique) le grandissement total n'est pas le même ; en effet, le dispositif incluant la valve nécessite une projection sur le transducteur de la transparence "originale" à traiter, projection qui, compte tenu de la surface utile de la valve utilisée a été effectuée avec un grandissement inférieur à l'unité. Les pas des franges objet-référence enregistrées dans les deux cas dans le monocristal sont toutefois sensiblement les mêmes et donnent des rendements de diffraction comparables.

L'intensité du spectre de la transparence, dans le plan du BSO de corrélation, est identique dans les deux montages (P_S ≃ 60 µW) et nous obtenons dans les deux cas des pics de qualité tout à fait comparable, en particulier pour les largeurs à mi-hauteur qui sont de l'ordre de 0,4 mm à 0,7 mm, avec ou sans valve.

L'introduction des données par un transducteur électro-optique BSO/Cristal liquide, si elle détériore quelque peu la qualité du spectre de la transparence à étudier, conserve cependant suffisamment d'informations pour qu'il soit possible d'obtenir des résultats de même qualité qu'avec le dispositif de corrélation "simple" que nous avons étudié au chapitre III de ce mémoire.

Nous avons noté précédemment que, pour une puissance dans le spectre, P_S, d'environ 60 µW incidente sur le monocristal soumis à un champ électrique E de 7,5 kV/cm en configuration transverse, le temps de réponse du système de corrélation, τ, est de l'ordre de 150 ms.

Alors que le corrélateur "direct" (sans valve) permet d'obtenir des temps de réponse très courts (τ = 25 ms pour P_S = 200 µW à λ = 488 nm et E = 8,5 kV/cm) par simple augmentation de l'intensité de l'onde d'inscription, le système comprenant la valve, qui fonctionne avec une intensité de 60 µW, impose un temps de réponse beaucoup plus long.

D'autre part, le cristal liquide qui compose en partie le transducteur introduit également une limitation de temps, limitation qui varie avec son épaisseur.

Pour tenter d'atténuer cet inconvénient et d'augmenter l'intensité des signaux de corrélation, on peut par exemple envisager une modification des composants optiques disposés sur le trajet des faisceaux lumineux entre la valve et le BSO de corrélation (figure 20), en particulier remplacer la lame semi-réflechissante S.R qui défléchit le faisceau de lecture à 633 nm par un filtre dichroïque adapté. (R = 100 % λ = 633 nm et T > 50 % pour λ = 514 nm).

CONCLUSION

L'étude d'un élément électro-optque permettant l'introduction de données en éclairage incohérent dans un dispositif de traitement du signal optique fonctionnant en temps réel et la réalisation de l'association de ce transducteur et du "corrélateur" permettent de conclure qu'un système Transducteur/Corrélateur donne des résultas comparables à ceux du corrélateur simple et lui confère ainsi une souplesse d'utilisation supplémentaire.

1.c. - Introduction des informations en éclairage cohérent

Le transducteur électro-optique permet également de projeter en parallèle des données introduites en éclairage cohérent, soit un système cohérent/cohérent avec ou sans changement de longueur d'onde entre l'inscription et la lecture[11]. L'association de la cellule BSO/cristal liquide au dispositif de traitement du signal permet d'envisager une introduction des données légèrement différente de celle étudiée précédemment : les informations, introduites en éclairage cohérent sont projetées par balayage sur la valve puis relues par une onde plane cohérente issue d'un laser Argon éclairant la cellule.

α - Dispositif expérimental

Après avoir vérifié que la cellule BSO/cristal liquide restituait une image de bonne qualité lorsque l'inscription et la lecture étaient effectuées à des longueurs d'ondes voisines ou égales (λ_i = 442 nm à 514 nm et λ_ℓ = 514 nm), nous avons effectué un balayage ligne par ligne des objets ou transparences à étudier, selon le dispositif suivant représenté sur la figure 21.

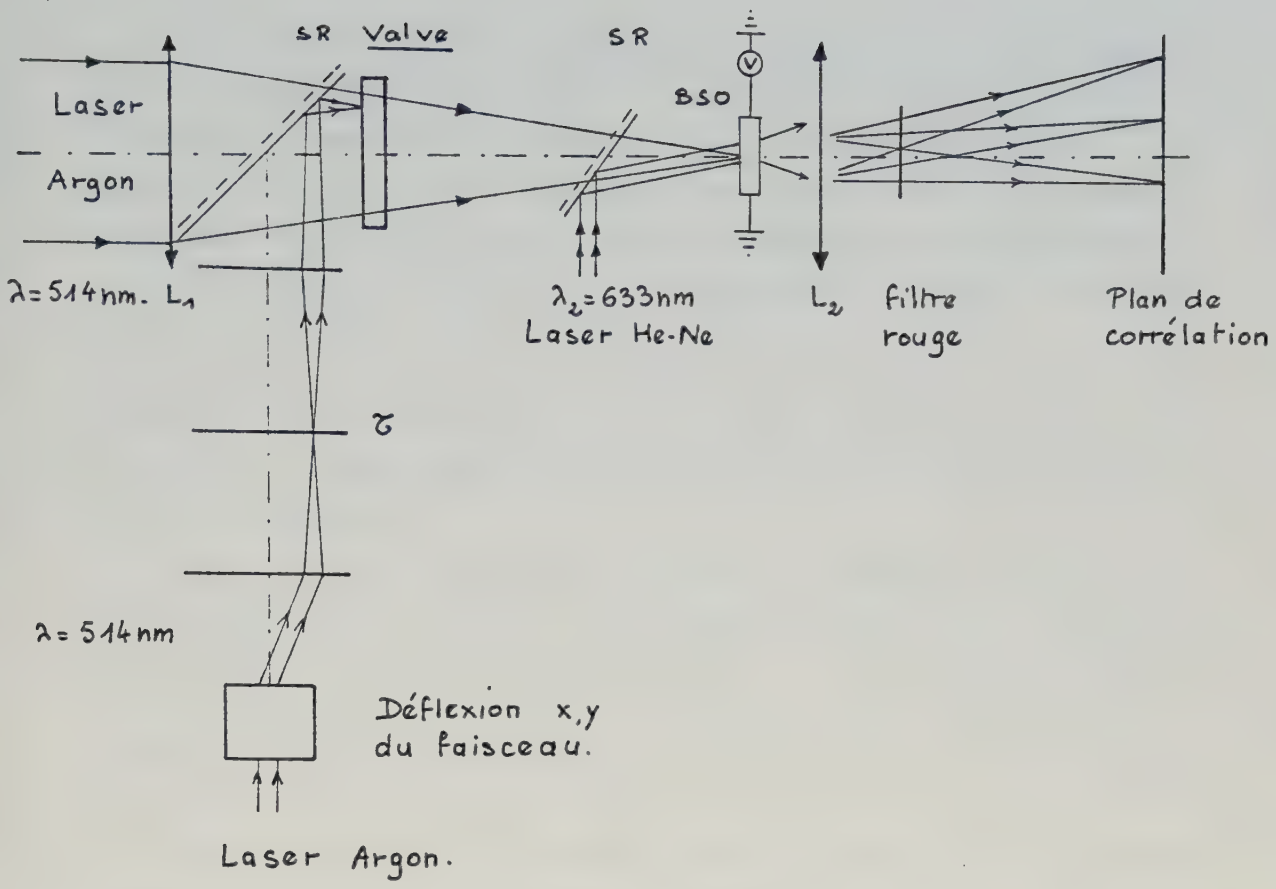


FIGURE 21

β - Résultats expérimentaux

A l'aide du dispositif expérimental (figure 21), nous avons réalisé la corrélation de signaux bidimensionnels dans le cas où la transparence à étudier, composée de groupes de mots, est balayée par un faisceau de lumière cohérente, ligne par ligne.
Les pics de corrélation ainsi observés dans le plan de détection du montage à double diffraction sont de qualité comparable à celle des signaux obtenus dans le précédent dispositif associant le transducteur au corrélateur.

D'autre part, l'étude de la corrélation en temps réel sur support BSO nous a conduits à la conclusion que lorsque la composante continue de la transparence à étudier est très importante on ne peut obtenir des pics de corrélation que très faibles, auxquels se superpose l'image reconstruite de la transparence ; il est alors peu aisé d'exploiter de tels résultats.
Si l'on peut obtenir les contours des objets à étudier, on diminue considérablement la composante continue au profit des fréquences plus hautes,[12] et la corrélation devient possible.
En ajustant les différents paramètres agissant sur la valve BSO/Cristal liquide (fréquence d'excitation, tension appliquée, intensité des faisceaux...), nous avons obtenu les contours de deux vis en utilisant les effets de non-linéarité du matériau photoconducteur ; les contours sont représentés en Planche n XXII.
Les résultats de corrélation obtenus à partir des "contours" restitués par la valve sont présentés en Planche n°XXII.

- Lorsque les vis, identiques, sont parallèles et à la même hauteur, distantes de 2b, nous obtenons un pic de corrélation, situé sur l'axe horizontal passant par le point lumineux de l'ordre zéro, à une distance $X = 2b.\frac{\lambda_2 F_2}{\lambda_1 F_1}$ de celui-ci.

- Lorsque les vis sont parallèles mais décalées en hauteur d'une quantité $2\Delta h$, nous obtenons à la distance $2b\,\frac{\lambda_2 F_2}{\lambda_1 F_1}$ de l'ordre zéro, deux signaux :

. Un faible pic (situé sur l'axe horizontal) qui correspond probablement à la corrélation des filets de vis.
. Un signal intense à l'aplomb du précédent, à une distance $Y = 2\Delta h\,\frac{\lambda_2 F_2}{\lambda_1 F_1}$, qui correspond à la corrélation des têtes de vis.

- Si les vis ne sont plus parallèles mais forment un petit angle $\Delta\theta$ = 0,1 rd, il n'y a plus de signal de corrélation, conformément aux prévisions.

Ces résultats expérimentaux confirment la possibilité de détecter présence et position d'un objet opaque important de la même façon qu'un mot, à l'aide d'un dispositif qui permet d'en réaliser les contours.

CONCLUSION

Nous venons d'étudier deux possibilités d'introduction des données à l'aide de la cellule BSO/cristal liquide : introduction en éclairage cohérent ou incohérent dans le corrélateur, d'une manière globale ou séquentielle (balayage). Ces expériences montrent que l'association du transducteur électro-optique au dispositif de corrélation donne à ce dernier davantage de souplesse d'utilisation et permet un traitement dynamique d'informations bidimensionnelles.

IV.2. - DISPOSITIF DE SUPPRESSION DES ABERRATIONS DE PHASE

Dans les expériences de traitement du signal il est important de supprimer les aberrations de phase introduites par les différents composants optiques, qui déforment le front d'onde.
Les transparences à traiter en corrélation sont réalisées soit sur des films (support gélatine), soit par dépôt de chrome sur un substrat de verre (pour améliorer la définition des contours), ou bien elles sont restituées par un transducteur électro-optique (exemple valve optique BSO/ Cristal liquide) ; elles ont pour supports des milieux

aberrants qui ajoutent leurs effets aux distorsions de phase dues aux composantes du système optique d'enregistrement de l'hologramme.
La méthode présentée ici permet d'améliorer la qualité du front d'onde objet et d'obtenir dans le plan focal où est disposé le BSO de corrélation une tache limitée par diffraction, à l'aide d'un montage de "mixage quatre ondes".

2.a. - Principe de suppression des aberrations

α - Lecture par rétroréflexion - Front d'onde conjugé.

Nous avons mentionné dans le premier chapitre de ce mémoire, l'existence d'un système de lecture d'hologramme utilisant la même longueur d'onde que celle de l'enregistrement et qui permet de restituer un front d'onde conjugué de l'objet.
A l'aide d'un tel dispositif on peut observer de manière permanente le front d'onde diffracté, malgré le caractère destructif de la lecture.
Rappelons que le montage utilisé est le suivant (figure 22).

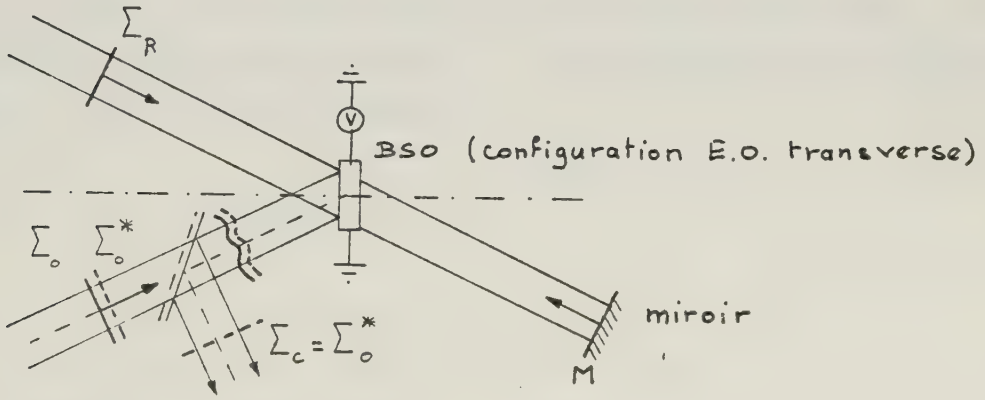


FIGURE 22

Le miroir M est placé perpendiculairement à l'onde de référence, d'intensité I_R qui, après réflexion devient faisceau de lecture, d'intensité :

$$I_\ell = (1 - R)^2 \, I_R \, e^{-\alpha d} \, . \, R'$$

où R = coefficient de réflexion sur les faces du BSO
α = coefficient d'absorption dans le cristal
d = épaisseur du cristal
R' = coefficient de réflexion du miroir

Dans cette configuration de "mixage quatre ondes", plusieurs réseaux d'interférences sont présents dans le cristal ; nous ne considérons que celui formé par les ondes objet et référence.
L'amplitude restituée par un tel dispositif est égale à l'amplitude objet conjuguée d'où la dénomination de "front d'onde conjugué" et "conjugaison de phase".

β - Principe de suppresion des aberrations

Soit, une onde objet, d'amplitude complexe $a_o(x.y)$, traversant un milieu aberrant ; son amplitude après passage dans un tel milieu est égale à :

$$a_1(x,y) = a_o(x,y) \, e^{i\psi_A(x,y)}$$

où $\psi_A(x,y)$ représente la distorsion de phase.
On enregistre dans le BSO, l'interférence de a_1 et de l'onde de référence d'amplitude a_R ; lors de la lecture, l'onde diffractée est égale à :

$$a_1^*(x,y) = a_o^* \, . \, e^{-i\psi_A}$$

En retraversant le milieu aberrant (en sens inverse), son front d'onde subit les mêmes déformations et l'onde obtenue a pour amplitude :

$$a = a_1^* \; e^{+ i\psi_A} = a_o^*$$

Le dispositif permet donc d'obtenir un front d'onde conjugué de l'objet, dénué des aberrations de phase,[18] [19] et nous nous proposons de le modifier légèrement afin de pouvoir l'adapter au système de corrélation.

Lors de l'enregistrement dans le cristal BSO de la transformée de Fourier de la transparence à étudier, les différents composants optiques (lames, lentilles support de la transparence,....) introduisent des aberrations de phase.
Pour augmenter le rendement de diffraction, il est nécessaire de chercher à limiter par diffraction le spectre de la transparence, obtenu dans le plan du cristal BSO, ce que nous réalisons à l'aide du dispositif suivant (figure 23).

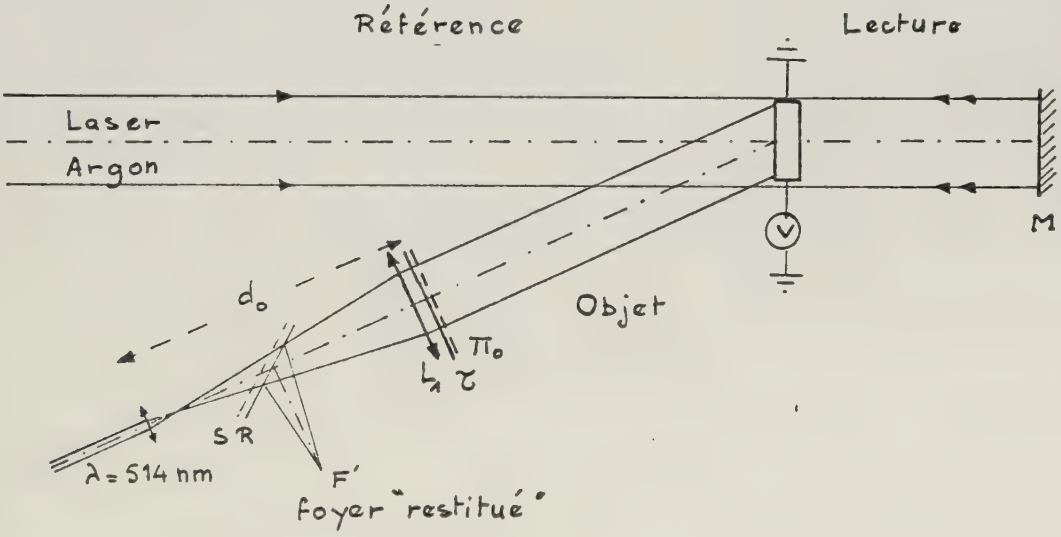


FIGURE 23

Nous supposons les milieux aberrants situés entre la lame semi-réfléchissante SR et le cristal BSO. Soit $\tau(x,y)$, la transparence à traiter et soit $e^{i\psi_A}$ la modification apportée par l'ensemble des milieux aberrants. Le réseau d'interférence dû à $\tau e^{i\psi_A}$ et a_R (amplitude de l'onde référence) est enregistré dans le BSO.
Lors de la lecture, l'onde diffractée suivant la direction de l'objet est égale à

$$(\tau e^{i\psi_A})^*$$

Après avoir retraversé les milieux aberrants, elle a pour amplitude

$$\tau_{Rest} = \tau^*$$

Pour pouvoir comparer les amplitudes au foyer, avec et sans aberrations de phase, nous avons utilisé un montage légèrement différent (figure 24), le faisceau objet étant légèrement défocalisé pour des raisons de répartition d'énergie dans le cristal.

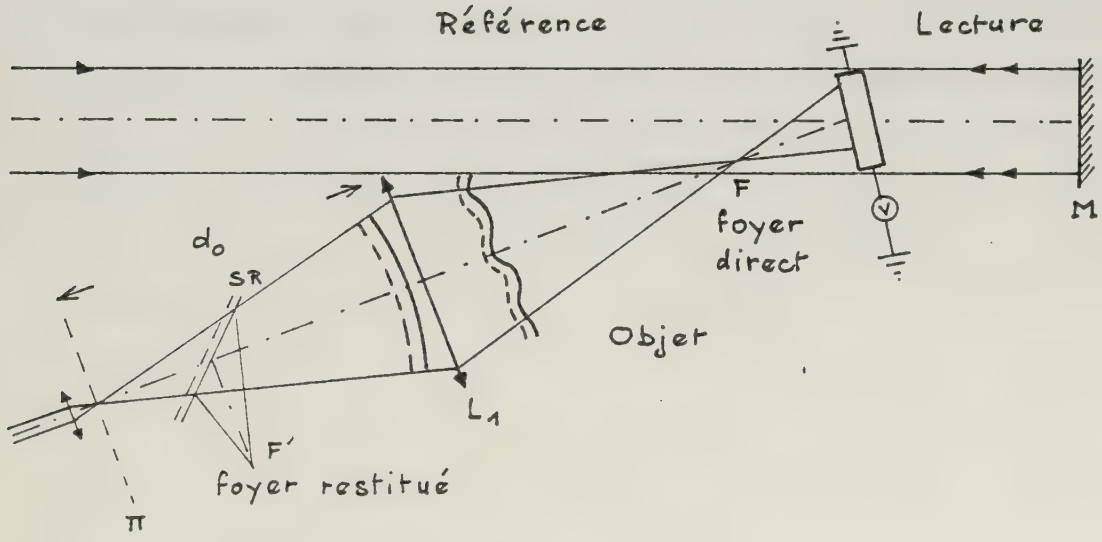


FIGURE 24

Dans le plan focal (de F') symétrique du plan Π par rapport à la lame semi-réflechissante, situé à une distance d_o du plan Π_o (de la transparence restituée), nous obtenons la transformée de Fourier de la transparence restituée, soit, en négligeant le terme de phase sphérique $e^{i\psi s}$ et la constante $(\frac{-i}{\lambda d_o})$, une répartition d'amplitude égale à :

$$T.F.\ (\tau^*)\left[\frac{X}{\lambda d_o}, \frac{Y}{\lambda d_o}\right] = \tilde{\tau}^*\left(\frac{-X}{\lambda d_o}\ \frac{-Y}{\lambda d_o}\right)$$

dénuée des aberrations de phase.

2.b. - Dispositif expérimental et résultats

Le dispositif expérimental, identique au schéma de montage présenté ci-dessus (figure 24), comprend un séparateur variable entre les faisceaux référence et objet permettant de régler le rapport $g = \frac{I_O}{I_R}$ des intensités objet et référence.

Pour pouvoir comparer aisément les répartitions lumineuses obtenues aux foyers direct F et restitué F', nous avons réalisé un système optique dont le grandissement est égal à l'unité. Le cristal BSO utilisé pour la conjugaison de phase, d'épaisseur 3 mm, de surface S = 5 x 5 mm^2 et de distance inter-électrodes égale à 5 mm, orienté en configuration holographique n° 1 (E_o perpendiculaire à 110), est soumis à un champ externe E_o = 6 kV/cm à 8 kV/cm.

Deux milieux aberrants ont été utilisés :
- une optique plan-concave
- un ménisque (R_1 = R_2 = rayons de courbure)

Nous avons supprimé les aberrations de phase dues à ces milieux, dans un système simple où la transparence est réduite à la fonction pupille de la lentille L_1 (figure 24). Les résultats, présentés en Planche n°XXIII montrent les répartitions lumineuses dans le plan focal direct (plan de F) et dans le plan focal "restitué" (plan de F'). Pour les deux milieux utilisés, la tache présente au foyer de la transparence restituée, F', est "ronde" et son observation à l'aide d'un objectif de microscope laisse supposer qu'il s'agit bien d'une tache d'Airy éventuellement entachée de faibles distorsions résiduelles.

REMARQUES

Si la transparence à étudier à pour support un milieu aberrant (lame de verre, gélatine, transducteur électro-optique...) elle devra être située entre la lame semi-réfléchissante SR et le BSO.
Il est alors nécessaire de régler rigoureusement l'onde de lecture en autocollimation avec l'onde référence pour que la transparence restituée coïncide exactement avec la transparence objet, qu'elle doit retraverser.
Dans un tel système, la sélectivité angulaire n'est pas imposée par le réseau de franges complexe enregistré dans le BSO, mais par la tolérance sur la déformation en amplitude de l'onde restituée, et elle est théoriquement nulle. ($\delta\theta = 0$)

D'autre part, la planéité de la partie de l'onde référence transmise par le BSO ne devant pas être altérée pour que l'onde réfléchie sur le miroir M soit effectivement conjuguée de la référence, la qualité de la surface du monocristal doit être très bonne.

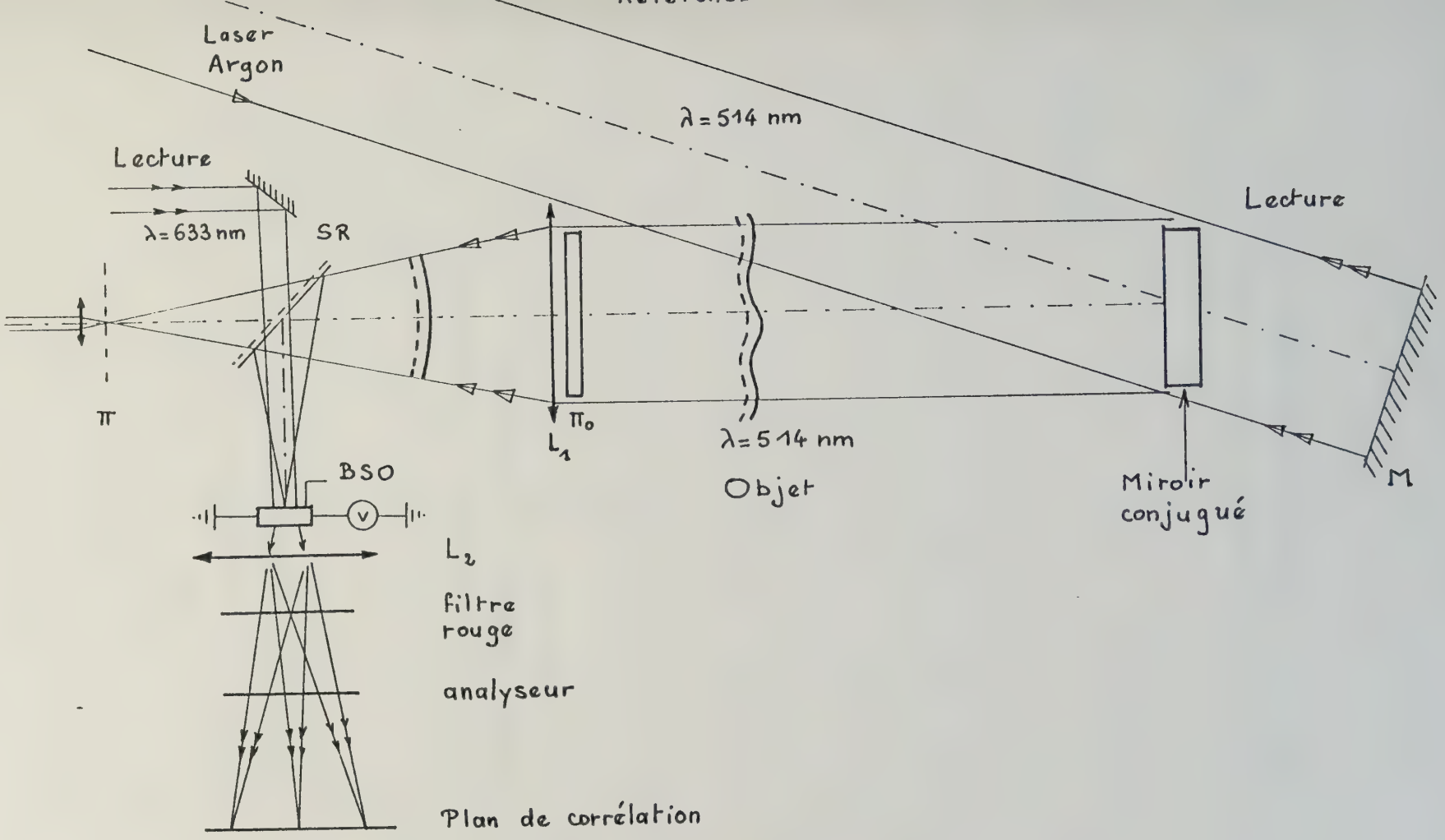


FIGURE 25

Suppression des aberrations de phase et corrélation .

On peut envisager d'associer le montage de suppression des aberrations de phase au corrélateur selon le schéma présenté en figure 25.

CONCLUSION

L'expérience de suppression des aberrations de phase, réalisée à partir d'un montage de "mixage quatre ondes" dans lequel le cristal BSO constitue un miroir conjugué, permettrait de limiter par diffraction les spectres des transparences à étudier et de compléter en particulier un système de corrélation de signaux bidimensionnels dans lequel les données sont introduites par une valve BSO/Cristal liquide apportant des distorsions de phase importantes.

La conjugaison de phase qui constitue un nouveau domaine d'intérêt en optique, permet de réaliser cette expérience.
Le "miroir conjugé" peut être constitué comme dans le cas présent par un monocristal de BSO qui présente la particularité de posséder une fonction de transfert contrôlable par le rapport des intensités des faisceaux objet et référence ou par le champ externe appliqué, et peut agir comme filtre de fréquences.
D'autres matériaux non-linéaires, actuellement à l'étude, peuvent également convenir pour la conjugaison de phase et l'on peut envisager l'utilisation d'un matériau passif comme la gélatine bichromatée [20] pour réaliser cette fonction.

CONCLUSION

L'objectif de cette étude étant d'utiliser, après les avoir caractérisés, des monocristaux de Bi_{12} Si O_{20} dans des expériences temps réel de traitement d'informations, nous avons montré au cours de ce mémoire qu'il est possible de réaliser un "corrélateur" de signaux optiques bidimensionnels capable d'analyser instantanément une transparence, en utilisant de tels supports électro-optiques épais.

En effet, les cristaux d'oxyde de bismuth de silicium, électro-optiques et photo-conducteurs, inscriptibles et effaçables sans effet de fatigue, de sensibilité comparable à celle des plaques holographiques haute résolution, sont adaptés à un fonctionnement dynamique dans un dispositif optique où ils remplacent avantageusement les supports conventionnels.

D'autre part, compte tenu des propriétés de polarisation de ces matériaux, on obtient des états de polarisation différents pour l'ordre transmis et les faisceaux diffractés, comme nous l'avons montré par le calcul et confirmé expérimentalement.
Ceci permet de diminuer considérablement le bruit dû essentiellement à l'ordre zéro (faisceau direct) en utilisant simplement un analyseur disposé au voisinage du plan de corrélation, méthode qui ne limite pas la résolution.

Les deux dispositifs de corrélation mis au point fonctionnent à faible puissance incidente et permettent d'obtenir, avec des temps de réponse très courts des pics de corrélation, indiquant la présence et la position dans l'objet, de parties identiques à la référence. Suivant les nécessités expérimentales, on choisira un montage à deux ondes, avec lecture à une longueur d'onde différente de

celle de l'enregistrement, plus efficace, ou bien un montage de "mixage quatre ondes" qui permet une optimisation simultanée pour plusieurs pas de franges Λ_S lors de la lecture, offrant en outre la possibilité de s'affranchir facilement de la corrélation inter-objet.
Dans les deux cas on peut envisager de disposer dans le plan de la première lentille du montage, une transparence fixe A et une transparence variable B ; le matériau étant recyclable et fonctionnant en temps réel, on réalisera ainsi le traitement des informations au cours du temps.

Nous avons également employé un transducteur électro-optique pour introduire les données à analyser en temps réel, qu'elles soient disponibles en éclairage cohérent ou incohérent.
Cette valve optique BSO/cristal liquide, en combinaison avec le "corrélateur" a permis d'obtenir des signaux de corrélation dans les cas d'introduction globale ou séquentielle des informations, et ce avec une efficacité comparable à celle du corrélateur "simple".

D'autre part, un dispositif de suppression des aberrations de phase a été envisagé ; il peut être adapté au corrélateur afin d'améliorer l'intensité des signaux de corrélation, notamment lorsque la qualité optique du système d'enregistrement d'hologramme est médiocre (en particulier, la qualité de la lentille de Fourier L_1), la tache du spectre de la transparence à étudier étant alors limitée par diffraction.

Les supports électro-optiques photosensibles tels que les monocristaux de BSO, dont l'une des qualités essentielle est de fonctionner en temps réel, présentent par conséquent un grand intérêt pour la réalisation de nouveaux dispositifs de traitement optique d'informations en parallèle.

SPECTRE D'ABSORTION D'UN CRISTAL $Bi_{12}SiO_{20}$ NON DOPÉ

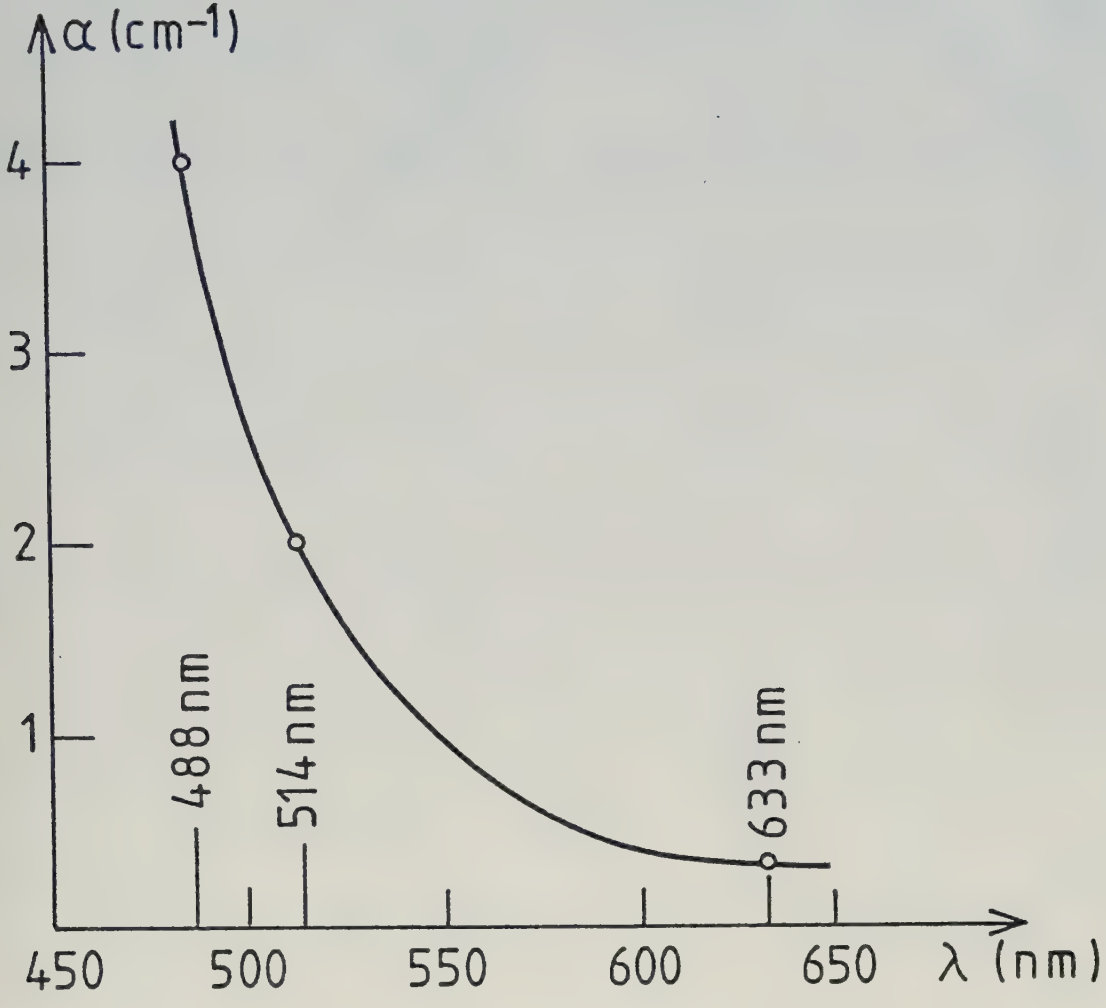


PLANCHE N° I

POLARISATION

épaisseur BSO 200µm

$E_0 = 6\ kV\ cm^{-1}$

cristal en configuration n°1

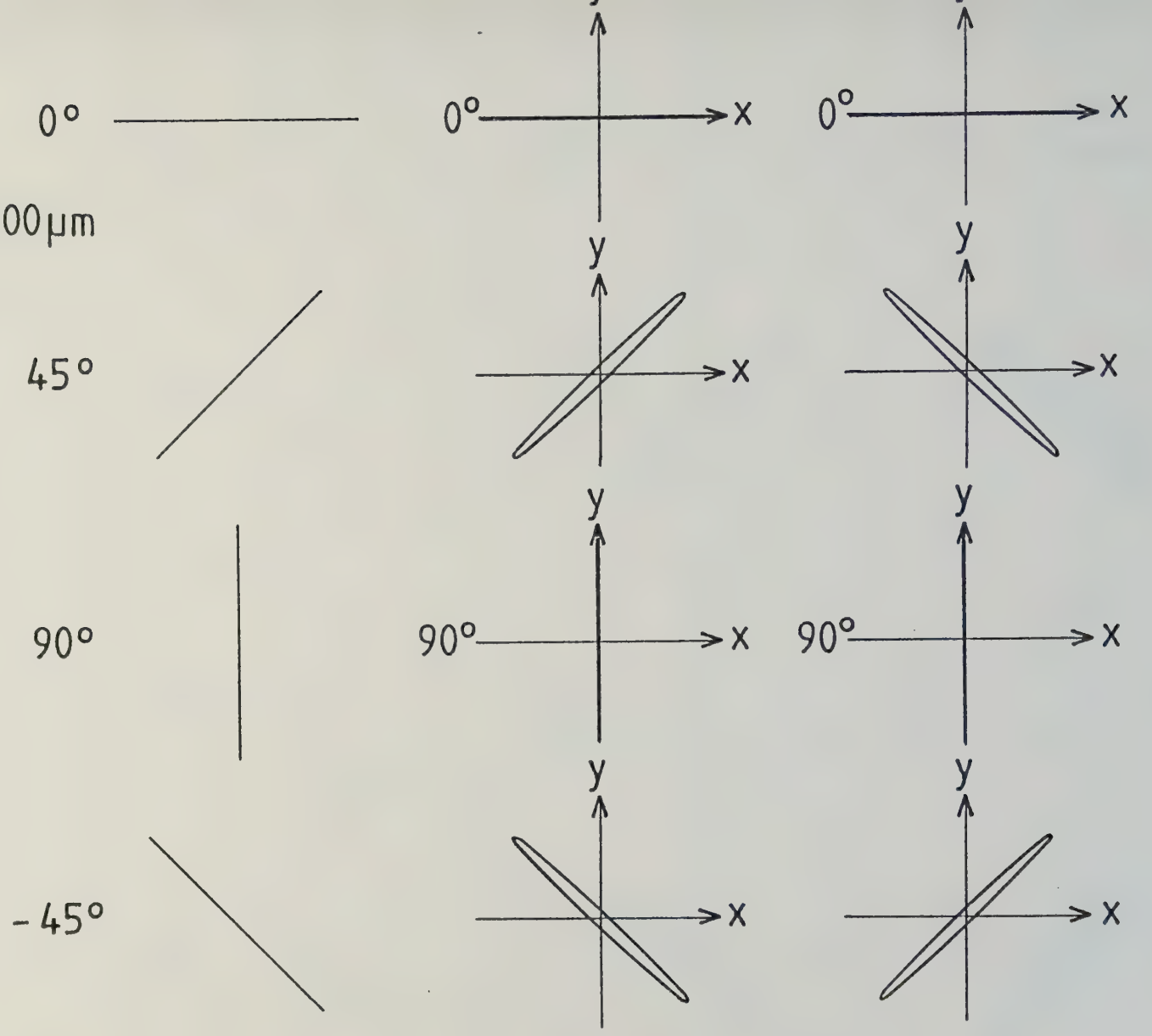


PLANCHE N° II

ÉTATS DE
POLARISATION

épaisseur BSO 200 µm
champ appliqué E_0

– – – – 30 kV cm^{-1}

—·—· 10 kV cm^{-1}

——— 3 kV cm^{-1}

cristal en
configuration n°1

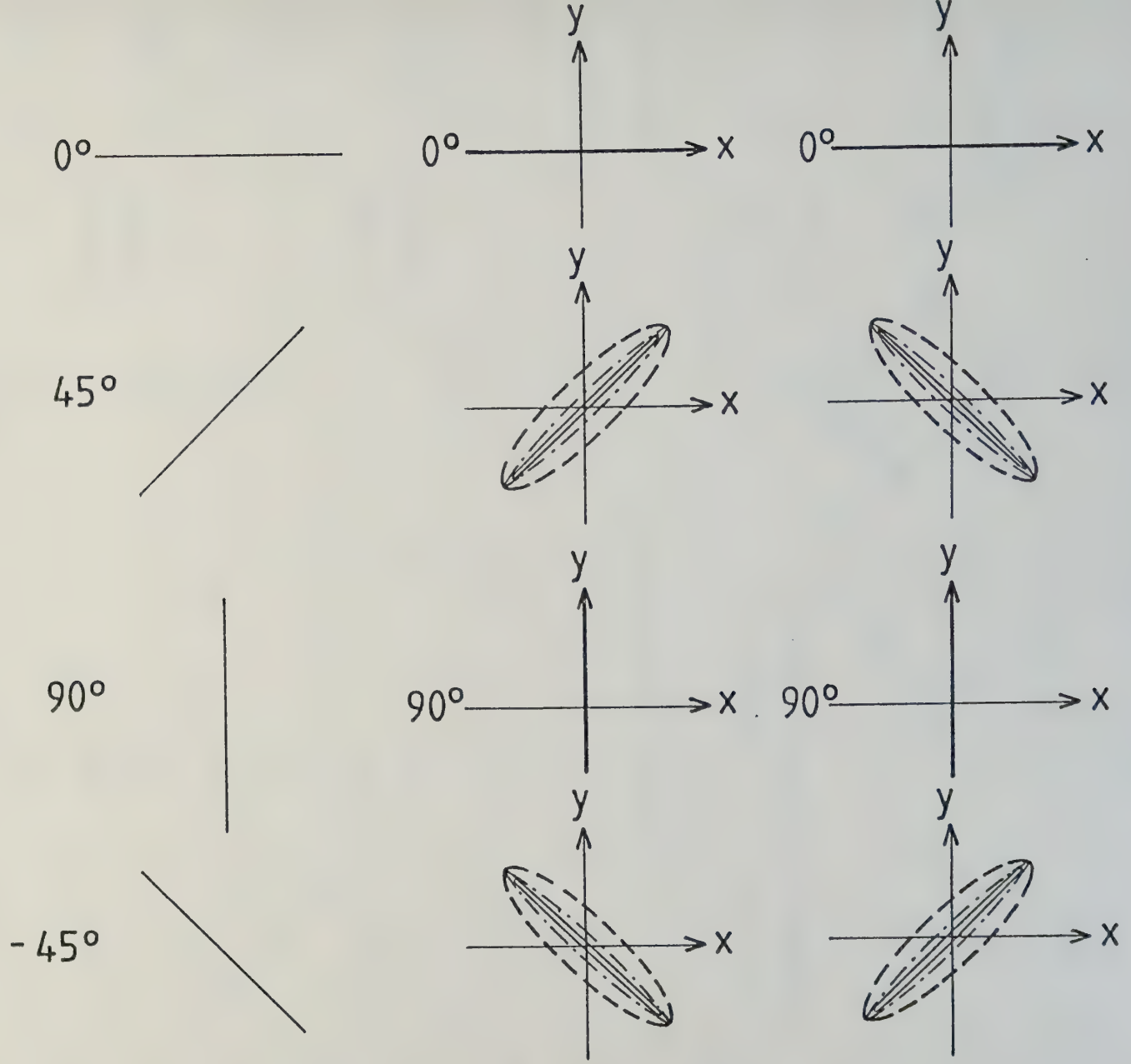
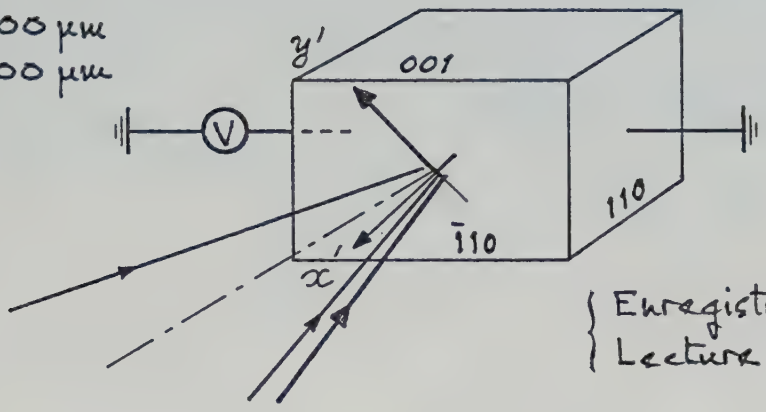


PLANCHE N° III

ETATS DE POLARISATION

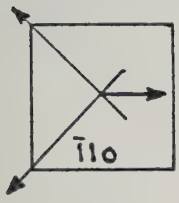
ép. 500 µm
200 µm

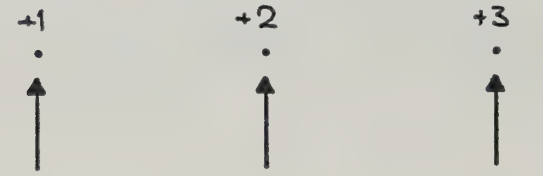


Enregistrement : $\lambda = 514$ nm
Lecture : $\lambda = 633$ nm

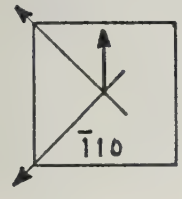
Polarisation de l'onde de lecture :

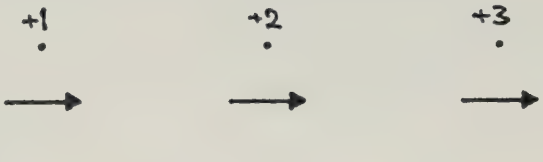
Faisceaux diffractés :



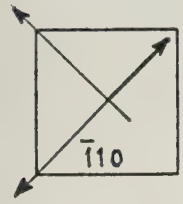


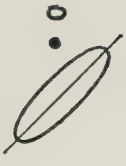
I (500µm)	1	0,21	
I (200µm)	1	0,58	0,44

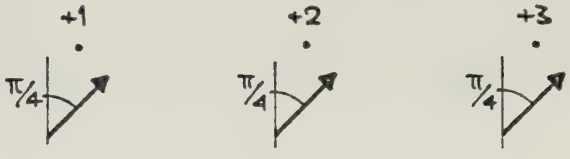




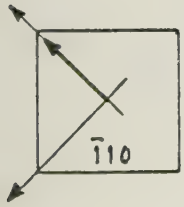
I (500µm)	1	0,3	
I (200µm)	1	0,55	0,42







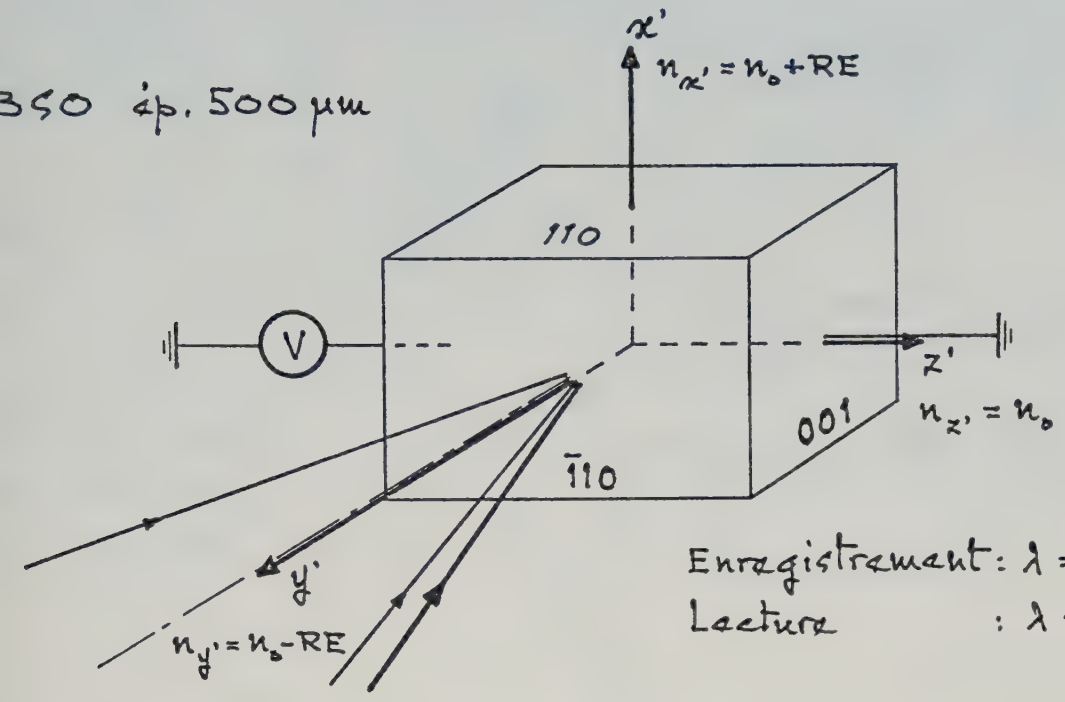
I (500µm)	+1		
I (200µm)	+1	0,49	0,29



I (500µm)	+1	0,56	
I (200µm)	1	0,4	0,20

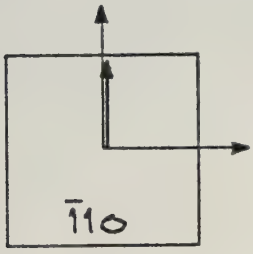
PLANCHE N° IV

ETATS DE POLARISATION

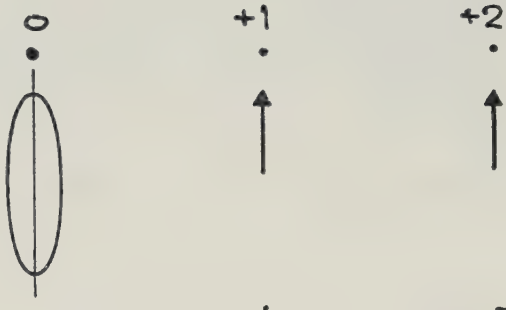


Enregistrement : $\lambda = 514$ nm
Lecture : $\lambda = 633$ nm

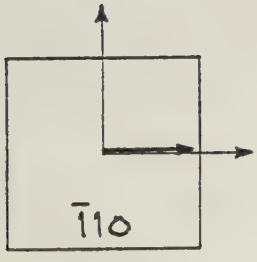
Polarisation de l'onde de lecture



Faisceaux diffractés



	+1	+2
I(500µm) :	+1	0,77



diffraction nulle

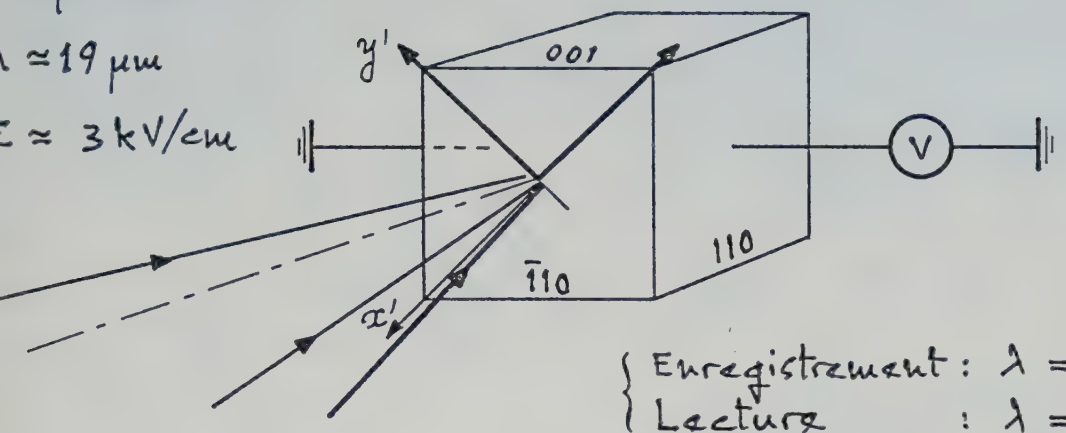
PLANCHE N°V

ETATS DE POLARISATION

ép. 1 cm

$\lambda \simeq 19\ \mu m$

$E \simeq 3\ kV/cm$



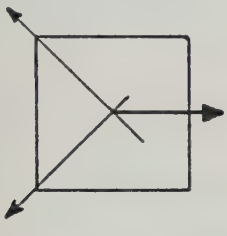
Enregistrement : $\lambda = 514\ nm$

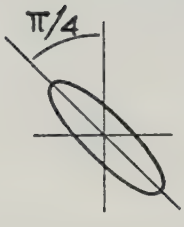
Lecture : $\lambda = 633\ nm$

Polarisation du faisceau de lecture

Faisceaux diffractés

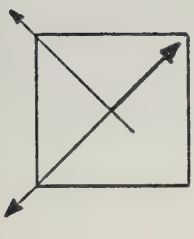
0 +1



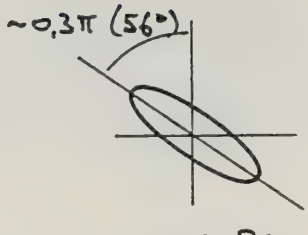


$|a| \simeq 0,071$

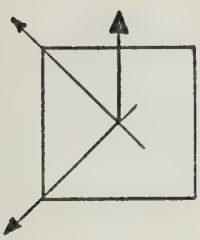
$|a| = 0,59$



$a \simeq 0,02$

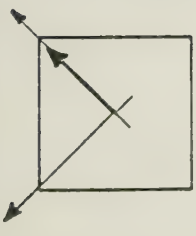


$a = 0,20$

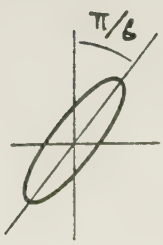


$a \simeq 0,014$

$a = 0,13$



$a \simeq 0,024$



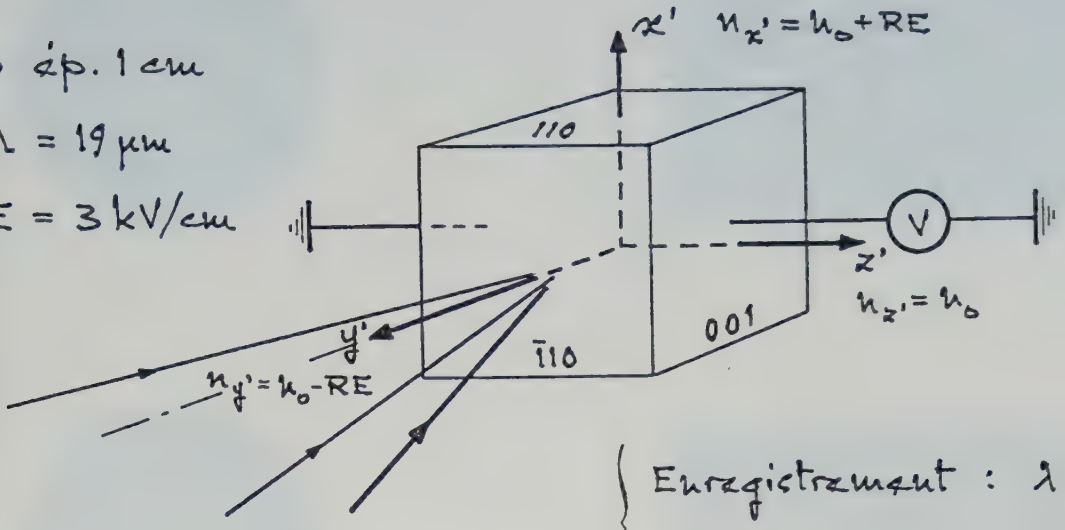
$a \simeq 0,022$

ETATS DE POLARISATION

○ ép. 1 cm

Λ = 19 µm

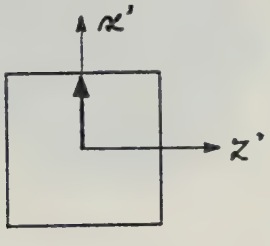
E = 3 kV/cm



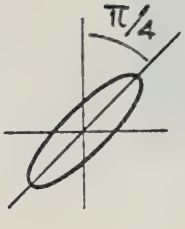
Enregistrement : λ = 514 nm

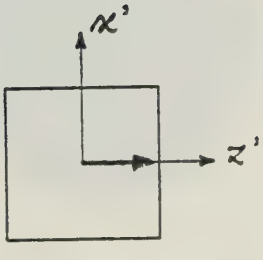
Lecture : λ = 633 nm

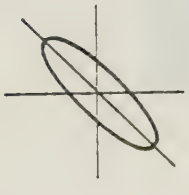
Polarisation du faisceau de lecture



Faisceaux diffractés

○	+1
	
$e = 0{,}003$	$e = 0{,}009$





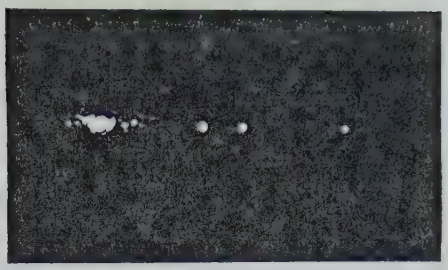
$e = 0{,}002$

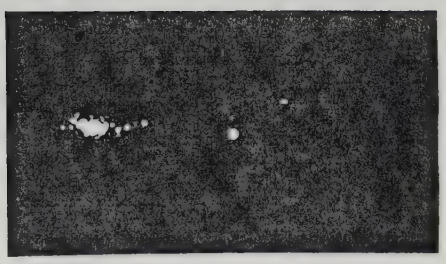
(pas de diffraction)

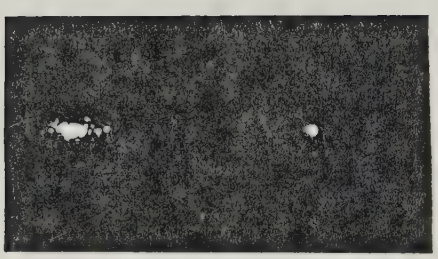
PLANCHE N°VII

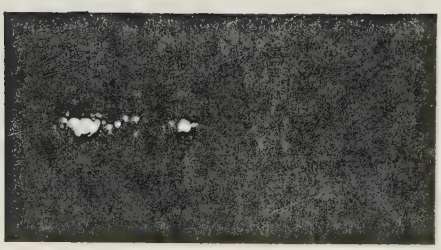
Transparences

Pics de corrélation









CORRELATION DE SIGNAUX BIDIMENSIONNELS

PLANCHE Nº VIII

ITENSITÉ DU SIGNAL DE CORRÉLATION
N FONCTION DE LA PUISSANCE INCIDENTE

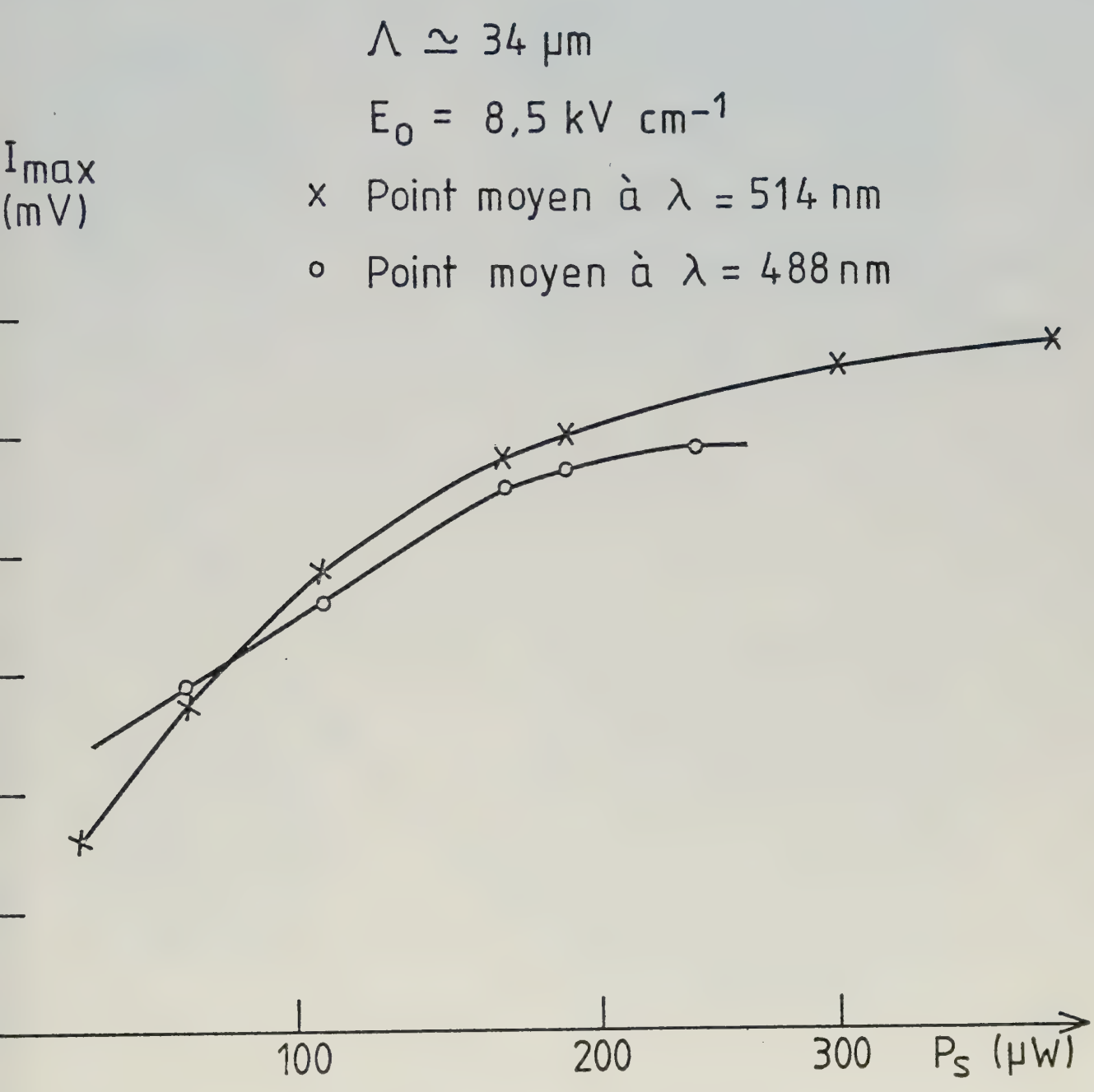


PLANCHE Nº IX

TEMPS D'INSCRIPTION DU SIGNAL EN FONCTION DE LA PUISSANCE INCIDENTE

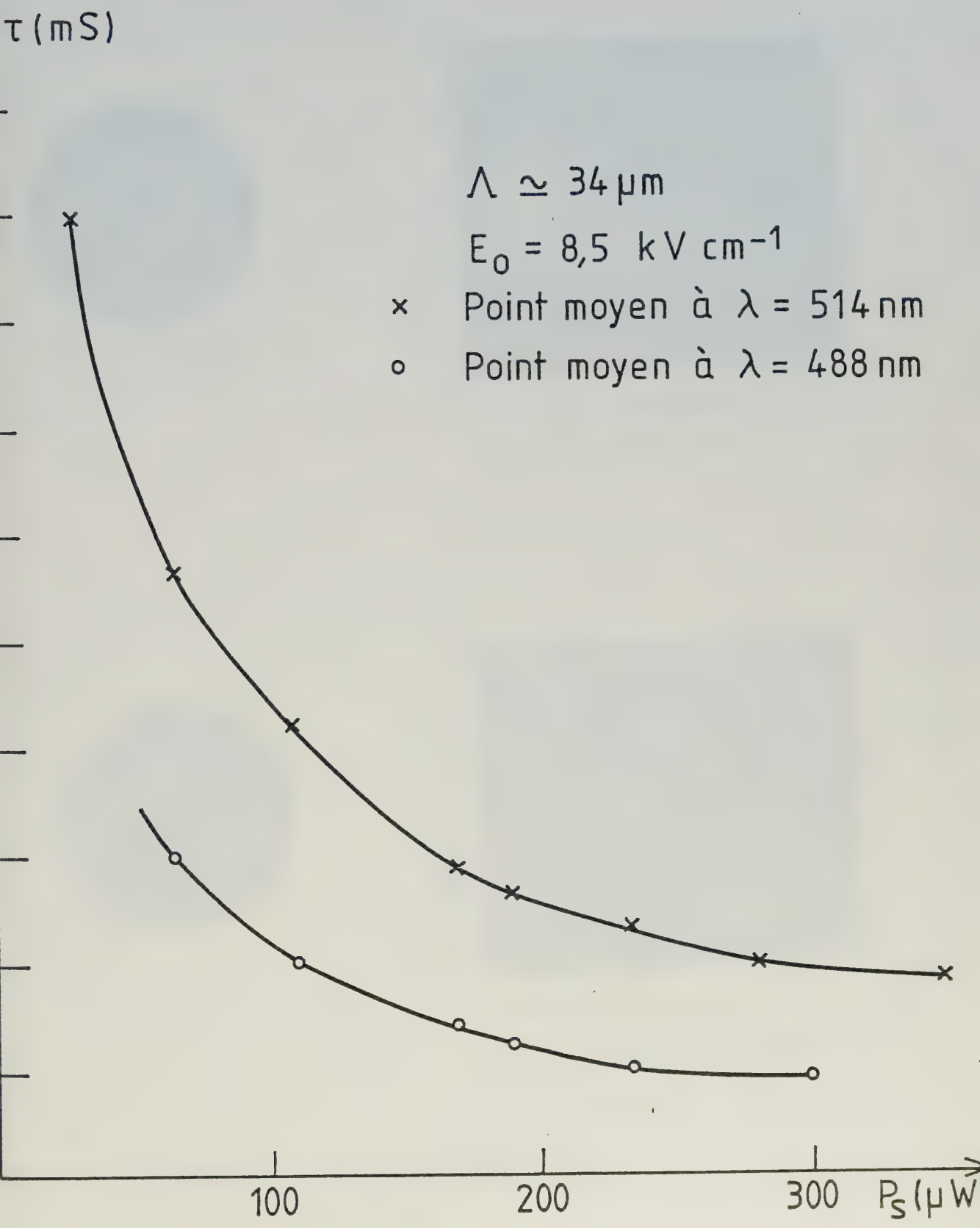
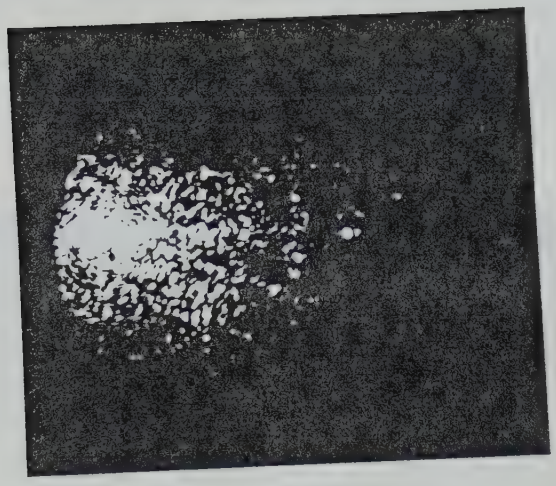


PLANCHE Nº X



Absence de polariseur et de lame $\frac{\lambda}{2}$, bruit important

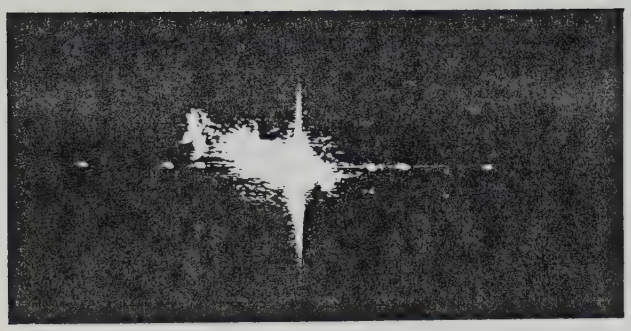
Polariseur et lame $\frac{\lambda}{2}$ "convenablement" orientés

PROPRIETES DE POLARISATION DU BSO

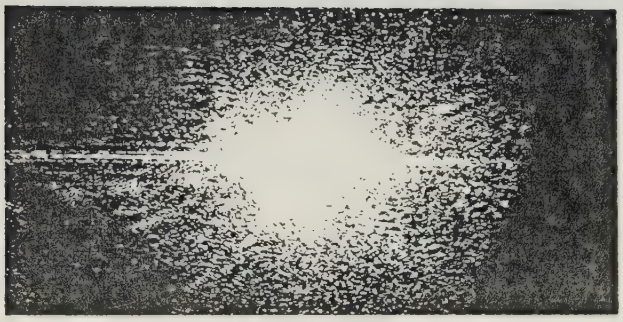
PLANCHE Nº XI

Transparence

Pics de corrélation



Diffraction des ordres + 1
et - 1 (système à faible ouverture
numérique)



Absence de polariseur

CORRELATION DE SIGNAUX BIDIMENSIONNELS
DISPOSITIF DE "MIXAGE QUATRE ONDES".

PLANCHE N° XII

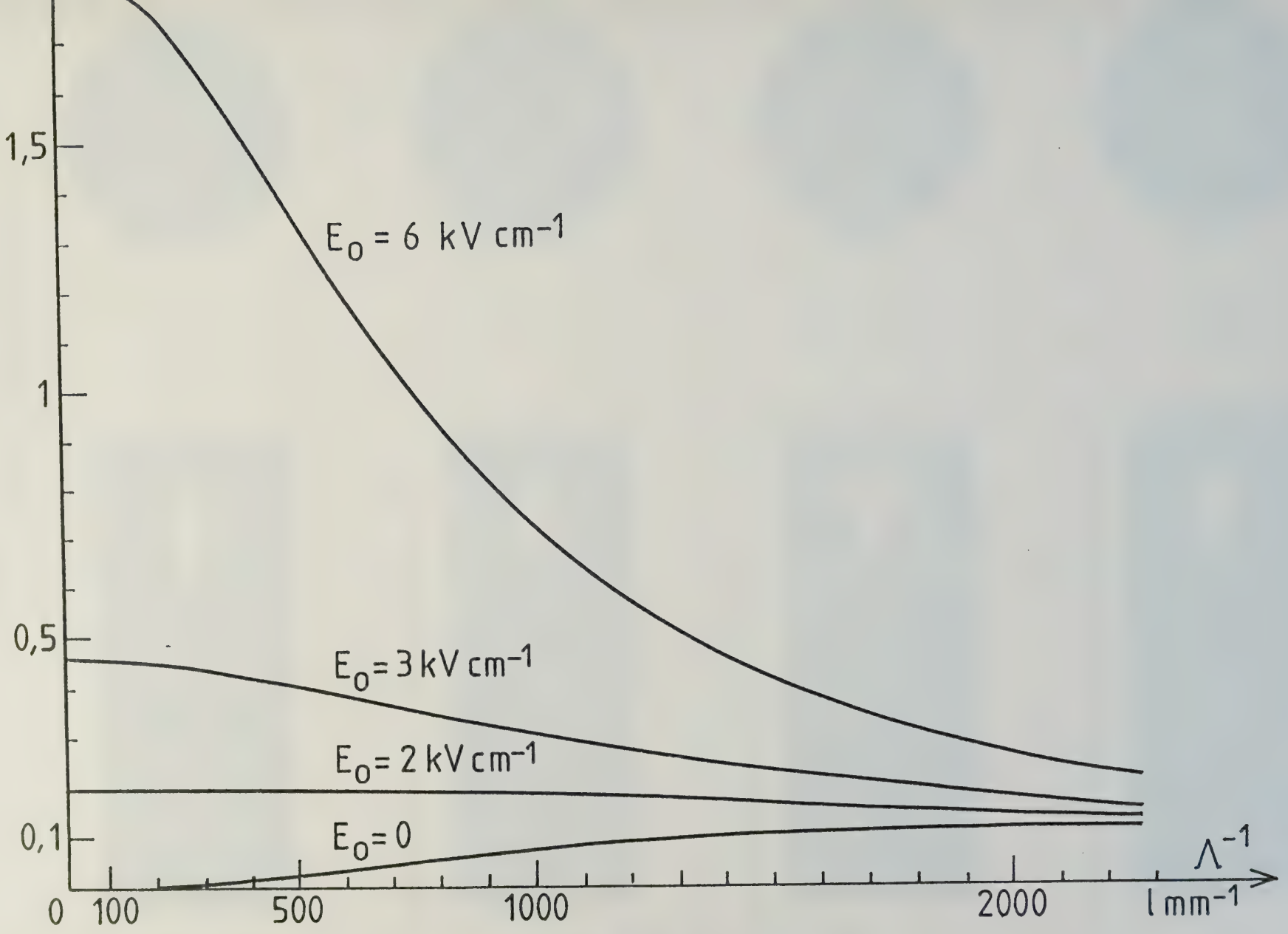
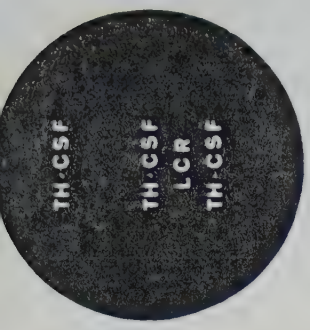


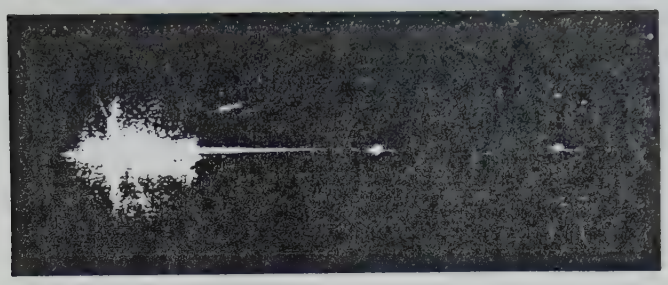
PLANCHE Nº XIII

Transparences

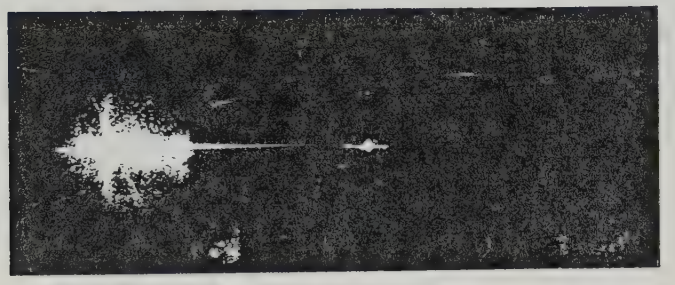
Pics de corrélation



A B_1 B_2

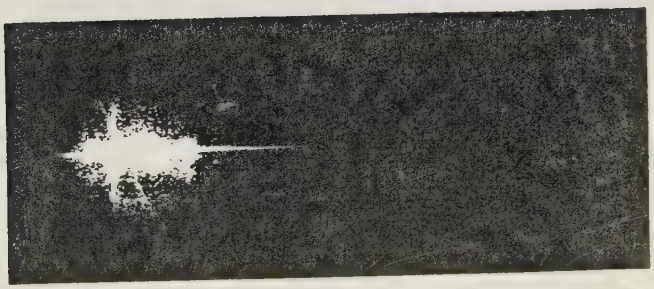


2 pics de corrélation référence-objet



1 pic de corrélation référence-objet

1 pic de corrélation référence-objet

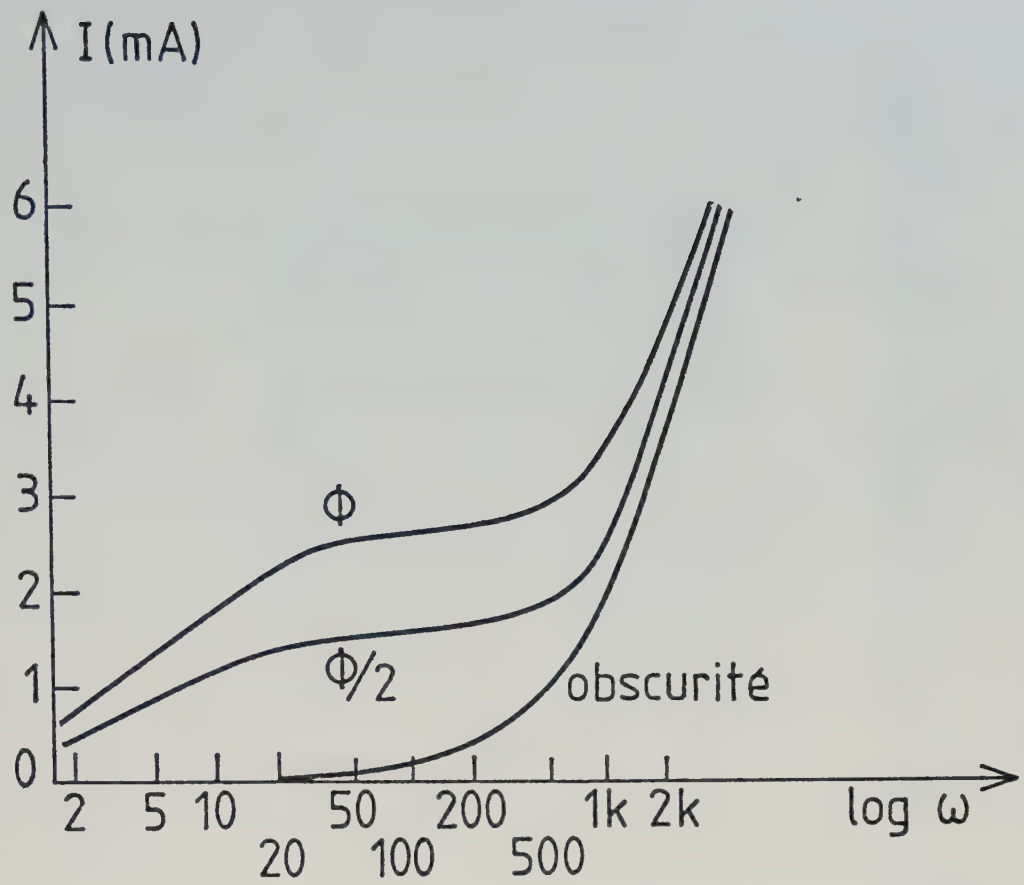


Pas de corrélation inter-objet

"MIXAGE QUATRE ONDES"
SUPPRESSION DE LA CORRELATION INTER-OBJET

PLANCHE Nº XIV

CARACTÉRISTIQUE COURANT-FRÉQUENCE
MONOCRISTAL B S O



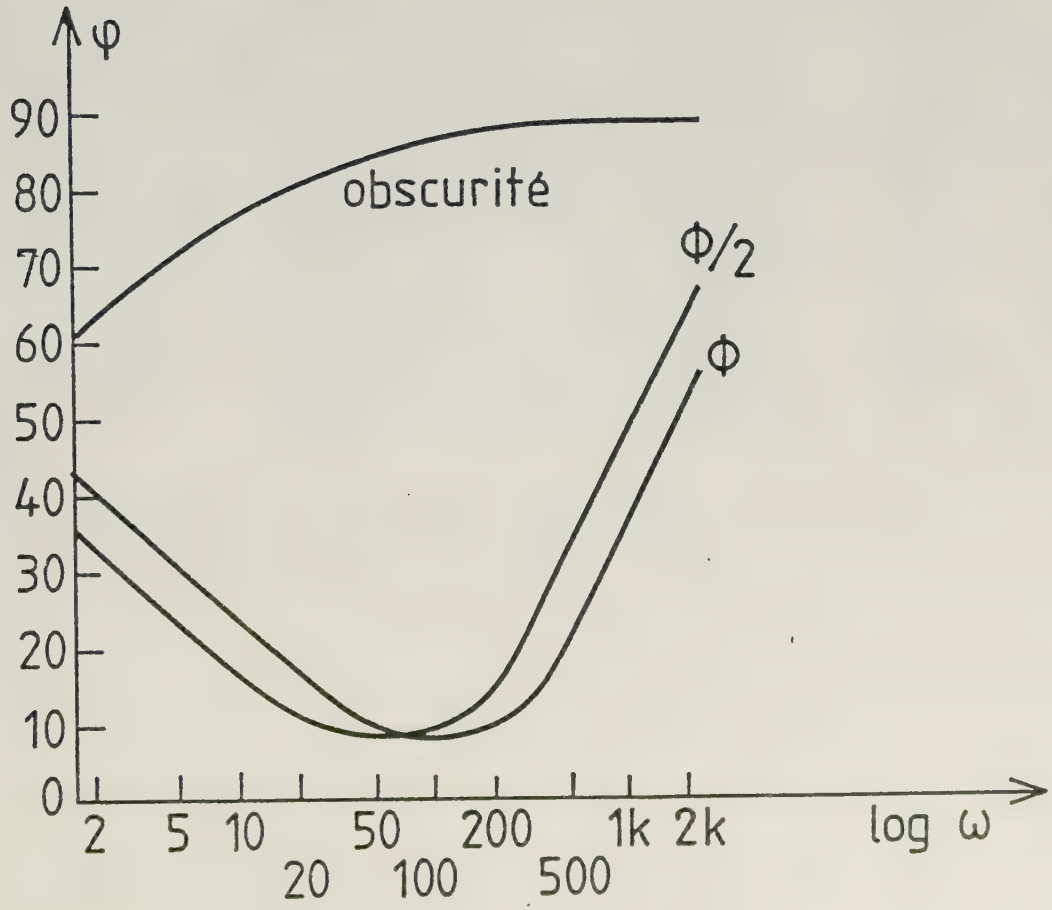


PLANCHE Nº XV

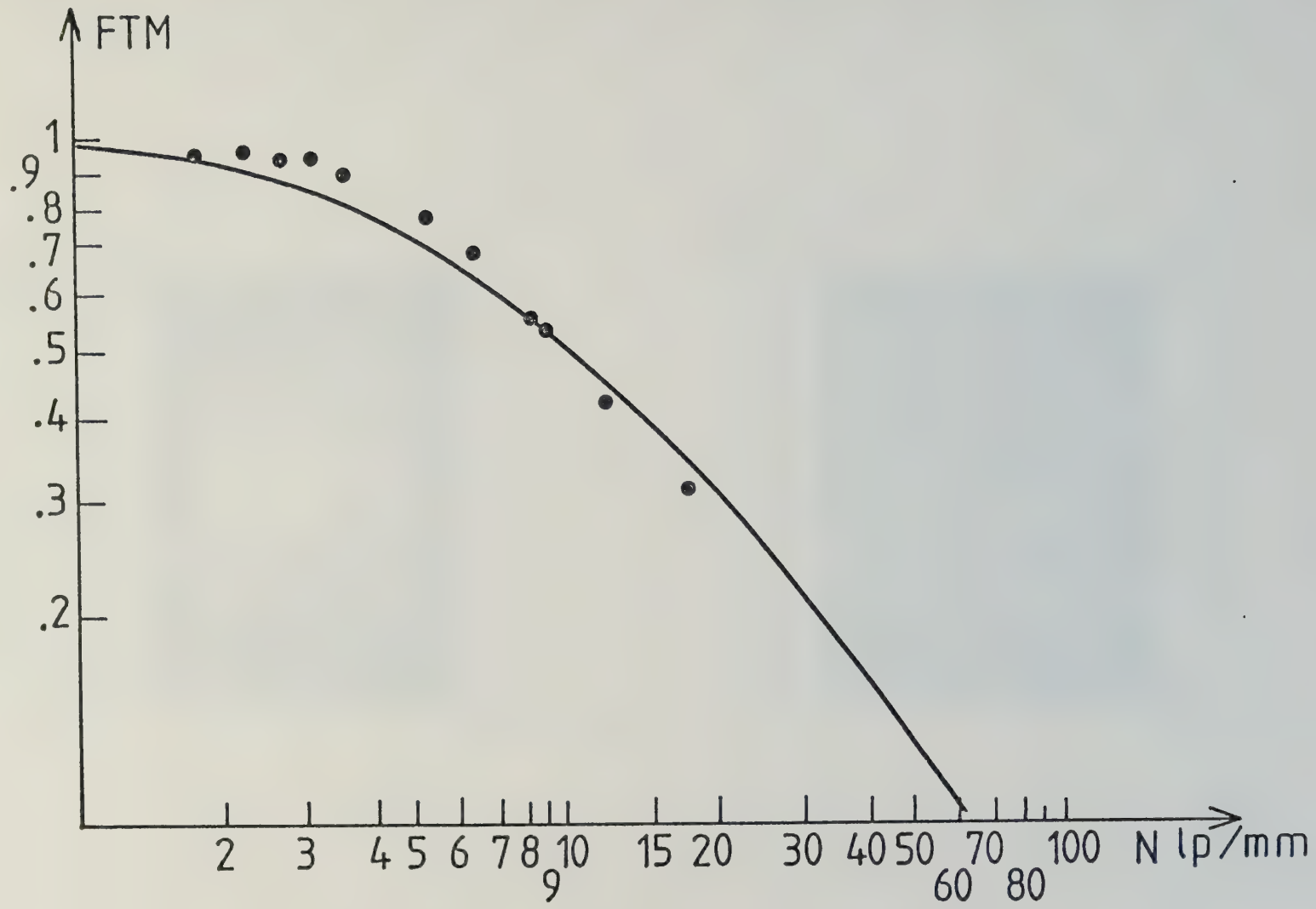
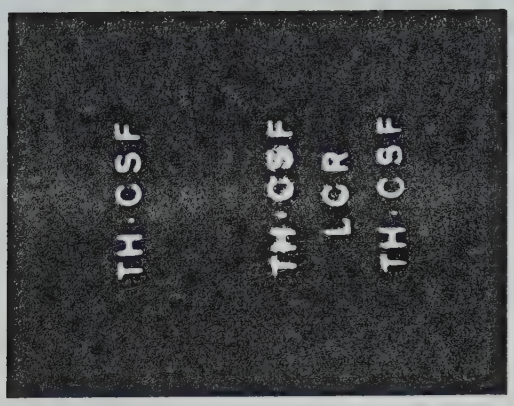
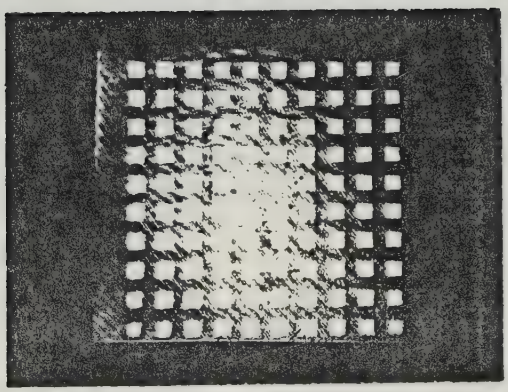


PLANCHE Nº XVI



Transparence binaire restituée

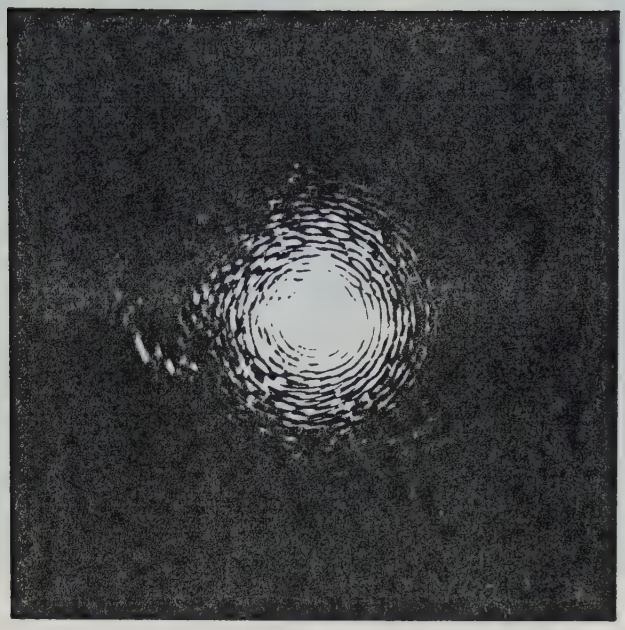


Mire restituée

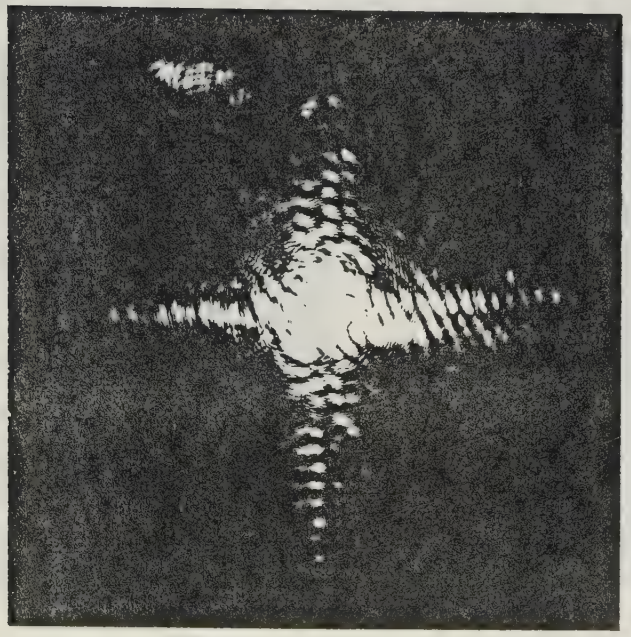
TRANSPARENCES RESTITUEES

PAR LA VALVE BSO/CRISTAL LIQUIDE

PLANCHE Nº XVII



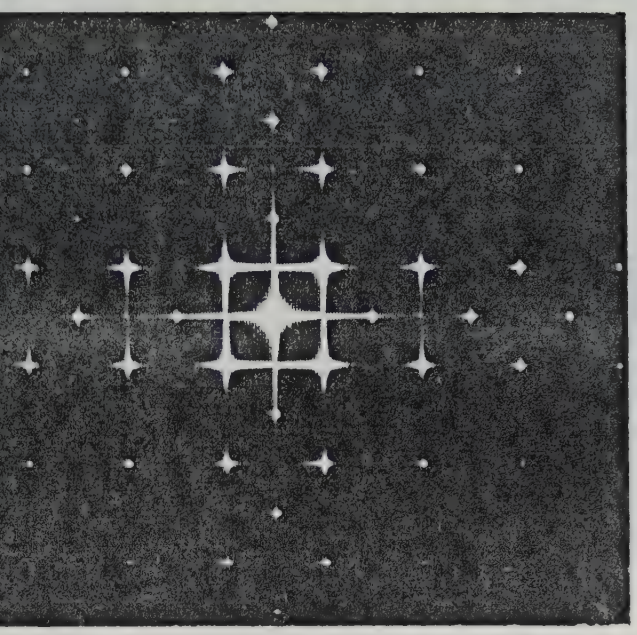
Tache de diffraction du système optique sans valve .



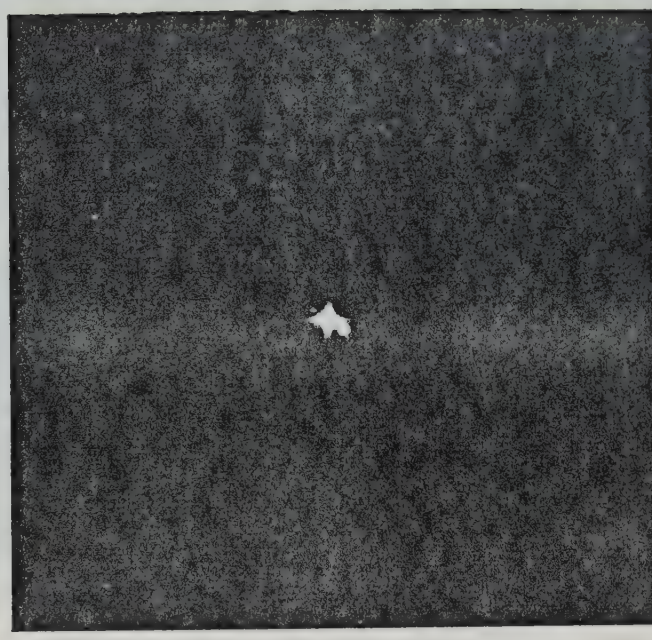
Tâche de diffraction du système contenant la valve optique .

TACHES DE DIFFRACTION DES DEUX SYSTEMES OPTIQUES D'ENREGISTREMENT

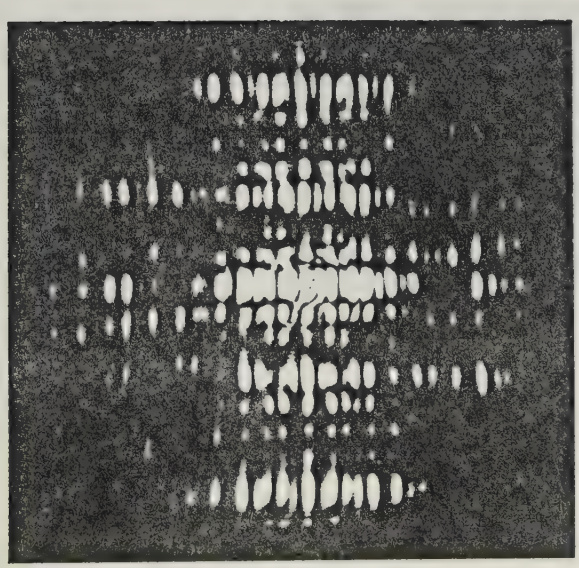
PLANCHE N° XVIII



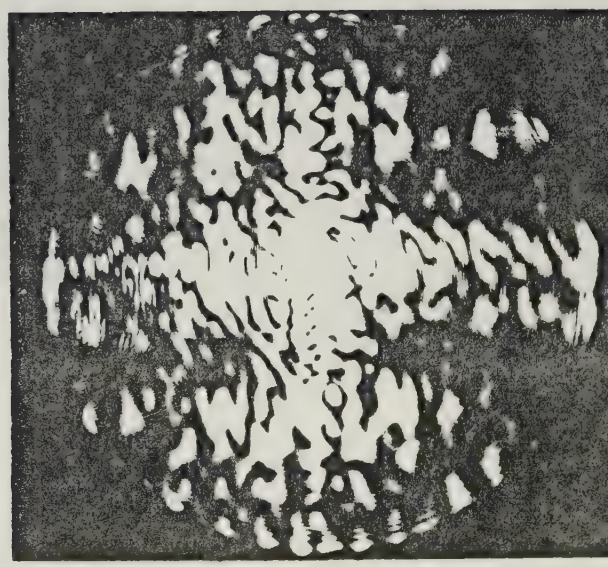
re de la mire obtenu avec le système
ne sans valve.



Spectre de la mire restituée par la valve.



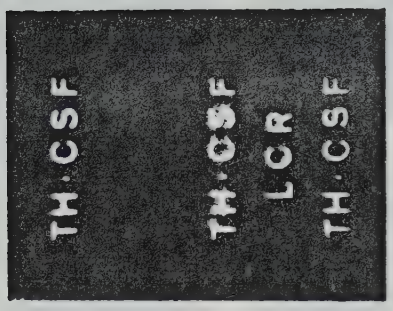
ectre de la transparence obtenu
ec le système optique sans valve.



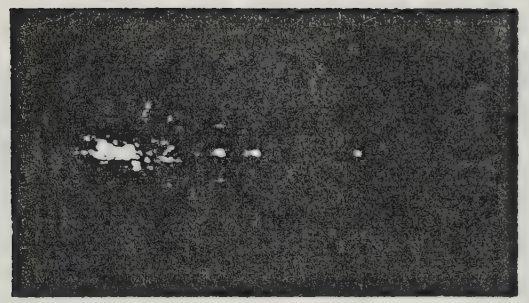
Spectre la transparence restituée par la valve.

SPECTRES DES TRANSPARENCES OBTENUS AVEC
LES DEUX SYSTEMES D'ENREGISTREMENT.

PLANCHE Nº XIX



Transparence restituée



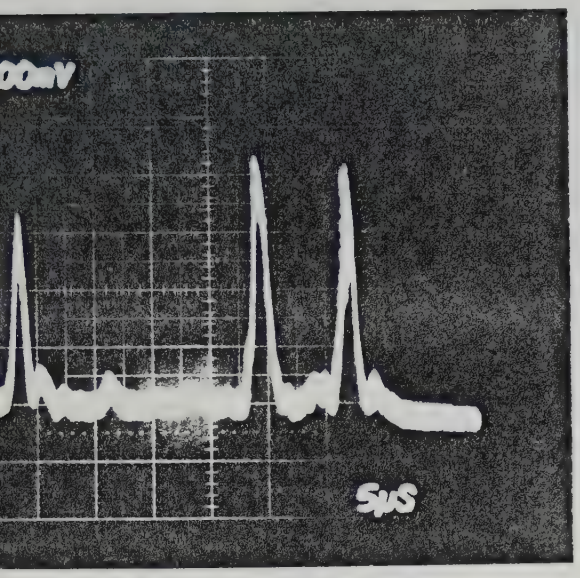
Pics de corrélation

TRANSPARENCE RESTITUEE PAR LA VALVE ET PICS DE CORRELATION CORRESPONDANTS.

PLANCHE Nº XX

élation "directe"

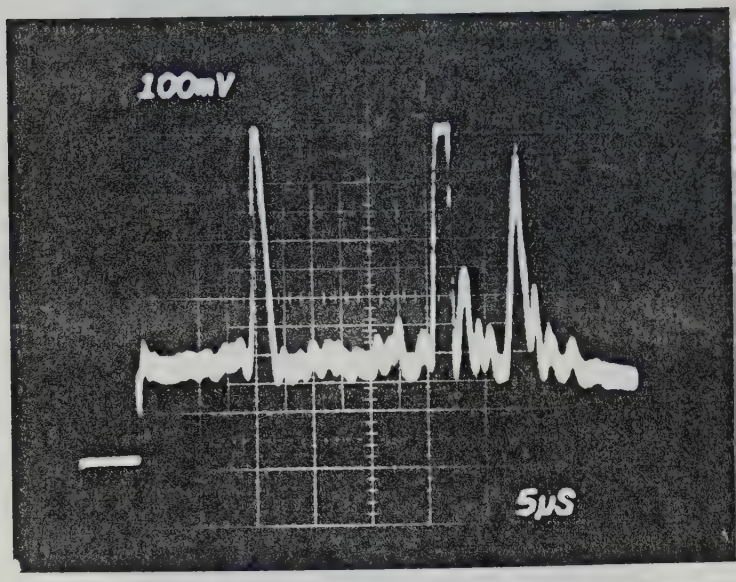
sans valve)



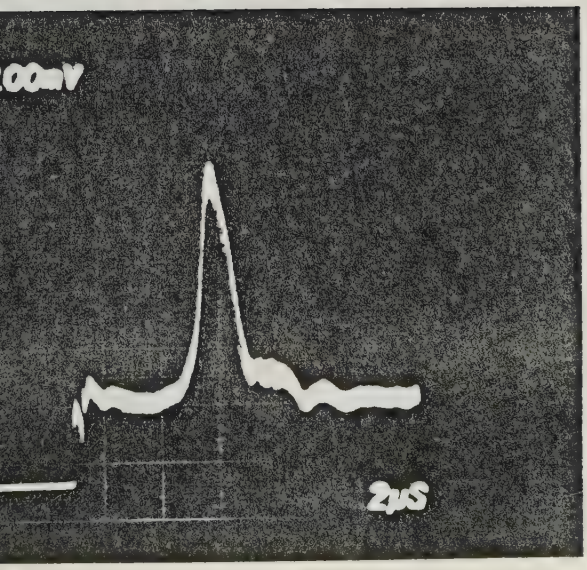
pic A pic B pic C

Corrélation avec introduction

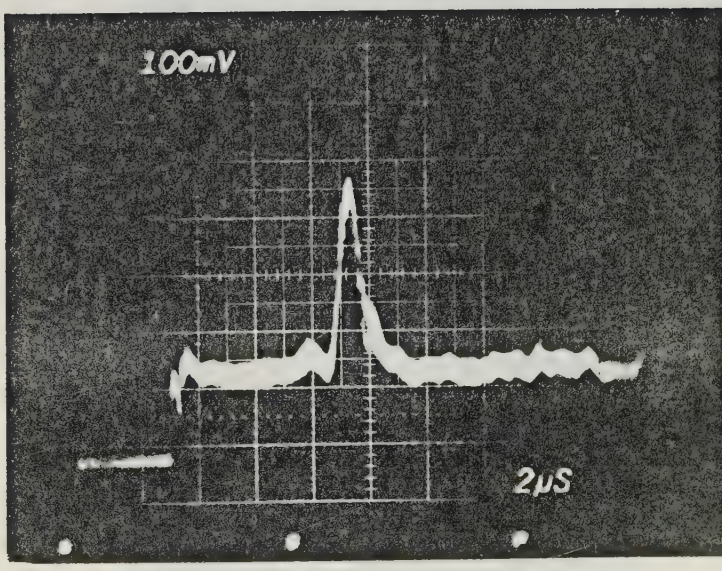
de données par valve.



pic A pic B pic C



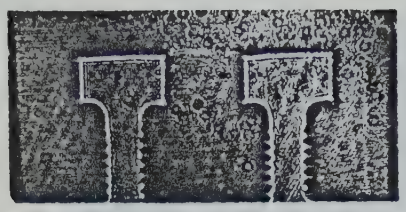
pic C

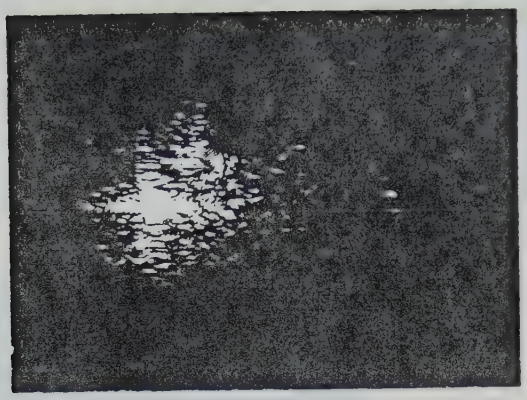


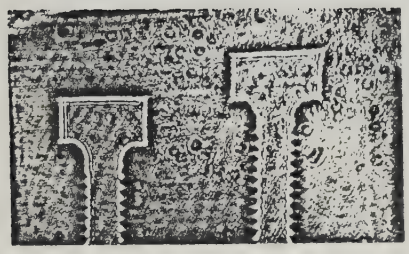
pic C

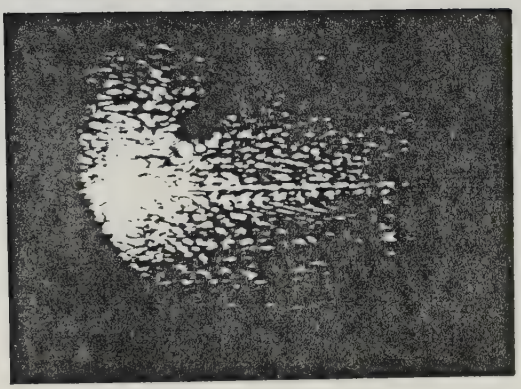
ANALYSE DES PICS DE CORRELATION

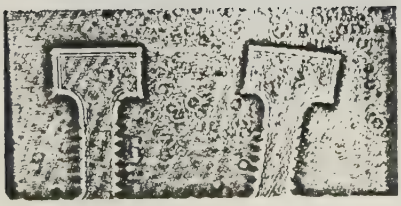
PLANCHE Nº XXI

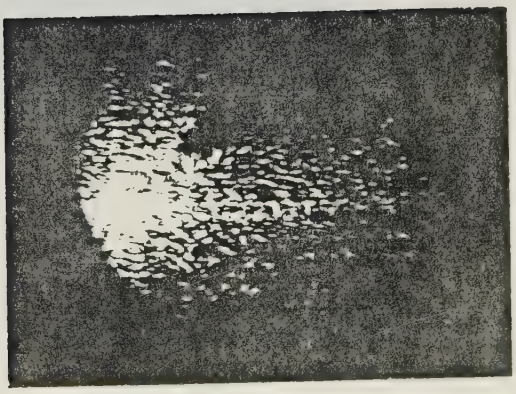










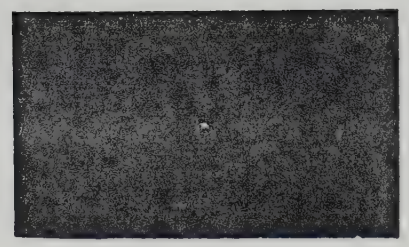


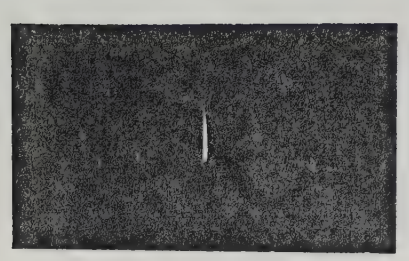
CONTOURS DE VIS RESTITUES PAR LA VALVE
ET PICS DE CORRELATION CORRESPONDANTS.

PLANCHE Nº XXII

Foyers "directs" (F)

Foyers "restitués" (F')





Milieu aberrant = optique plan concave

Milieu aberrant : ménisque incliné

SUPPRESSION DES ABERRATIONS DE PHASE

PLANCHE Nº XXIII

BIBLIOGRAPHIE

1 S.L. HOU - R.B. LAUER and R.E. ALDRICH
"Transport processes of photoinduced carriers in $Bi_{12}SiO_{20}$".
J. App. Phys. 44, 6, 1973

2 J.P. HUIGNARD - J.P. HERRIAU et F. MICHERON
"Les matériaux électrooptiques photosensibles pour le stockage holographique d'informations".
Revue techn. TH-CSF, 8, 4, Déc. 1976

3 F. MICHERON - J.P. HUIGNARD et J.P. HERRIAU
"Sensibilité des effets photoréfractifs"
Revue Techn. TH-CSF, 8, 4, Déc. 1976

4 SUSUMU NAMBA
"Electrooptical effect of Zincblende"
Journal of the Optical Society of America,
51, 1, Jan. 1961

5 H. KOGELNIK
"Coupled wave theory for thick hologram gratings".
Bell. Syst. Techn. Journal, 48, 9, Nov. 1969,
pp 2909 - 2947.

6 R. KOWARSCHIK
"Diffraction efficiency of attenuated sinusoïdally modulated grating in volume holograms".
Optica Acta, 23, 12, 1976. pp 1039 - 1051.

7 C. JONES
"A new calculus for the treatment of optical systems".
"VII. Properties of the N-Matrices".
Journal of the Optical Society of America, 38, 8,
August 1948, p 671.

8 W. TABOR and F.S. CHEN
"Electromagnetic propagation through materials possessing both Faraday rotation and birefringence".
J. Appl. Phys. 40, 7, June 1969, pp 2760 - 2765.

9 H. HARMS - A. PAPP and K. KEMPTER
"Magnetooptical properties of index-gradient optical fibers".
Applied Optics. 15, 3, March 1976, p. 799.

10 HIDEKI HAYASCHI and YOICHI FUJII
"Programmable optical guided wave using $Bi_{12}SiO_{20}$ crystal".
I.E.E. Journal of Quantum Elect. Q.E. 14, 11, Nov. 1978.

11 J.F. NYE
"Propriétés physiques des cristaux" - Leur représentation par des tenseurs et des matrices, pp. 273 - 281, Dunod. Paris 1961.

12 S. LOWENTHAL et Y. BELVAUX
"Progrès récents en optique cohérente : filtrage des fréquences spatiales - holographie".
Revue d'Optique, 46, 1, Janv. 1967, pp 1 - 64.

13 L. PICHON and J.P. HUIGNARD
"Dynamic Joint-Fourier transform correlator by Bragg diffraction in photorefractive $Bi_{12}SiO_{20}$ crystals".
Opt. Comm. 36, 4. Feb. 1981, p. 277.

14 D.M. PEPPER - J. AU YEUNG - D. FEKETE and A. YARIV.
"Spatial convolution and correlation of optical fields via degenerate four wave mixing".
Opt. Lett. 3, 1. July 1978, pp. 7 - 9.

15 J.O. WHITE and A. YARIV
"Real time image processing via four wave mixing in a photorefractive medium".
Appl. Phys. Lett. 37, 1, July 1980, pp. 5 - 7.

16 KUKHTAREV - MARKOV - ODOULOV - SOSKIN - VINIETSKII
"Holographic storage in electrooptical crystals".
Ferroelectrics, 22, 1969, p. 949.

17 P. AUBOURG- J.P. HUIGNARD- M. HARENG- R.A. MULLEN
"New liquid-crystal light valve using bulk monocristalline $Bi_{12}SiO_{20}$ as the photoconductive material".
CLEO 81, June 10-12, 1981, Washington.

18 G. RIVET - J.P. HUIGNARD - J.P. HERRIAU and P. GUNTER
"Phase conjugation and spatial frequency dependence of wave-front reflectivity in BSO crystals".
Opt. Lett. 5, 3, March 1980.

19 J.P. HUIGNARD - J.P. HERRIAU - P. AUBOURG and E. SPITZ
"Phase conjugate wave-front generation via real time holography in BSO crystals".
Opt. Lett. 4, 1, Jan. 1979

20 B.J. CHANG
"Dichromated gelatin holograms and their applications".
OPtical Engineering, 19, 5, Sept. Oct. 1980, p. 642.

A N N E X E I

ELLIPSOIDE DES INDICES - EFFET ELECTRO-OPTIQUE LINAIRE

Les axes principaux d'un cristal biréfringent sont les directions suivant lesquelles $\vec{D}$ et $\vec{\mathcal{E}}$ sont parallèles.[4]

L'équation générale de l'ellipsoïde des indices ramenée à ses axes principaux s'écrit :

$$\frac{x^2}{n_x^2} + \frac{y^2}{n_y^2} + \frac{z^2}{n_z^2} = 1$$

Pour un cristal de classe $\bar{4}3$ m ou 23, compte tenu de la forme du tenseur de gyration, on peut écrire [4] :

$$D_x = \varepsilon_x \mathcal{E}_x \qquad D_y = \varepsilon_y \mathcal{E}_y \qquad D_z = \varepsilon_z \mathcal{E}_z$$

où

$$\varepsilon_x = n_x^2 \qquad \varepsilon_y = n_y^2 \qquad \varepsilon_z = n_z^2$$

L'effet électro-optique <u>linéaire</u> provoque une modification de l'ellipsoïde des indices sous l'action du champ appliqué $\vec{E}$.

E_1 = composante de $\vec{E}$ sur x
E_2 = composante de $\vec{E}$ sur y
E_3 = composante de $\vec{E}$ sur z

L'équation générale de l'ellipsoïde lorsque le champ est appliqué s'écrit :

$$\left(\frac{1}{n^2}\right)_1 x^2 + \left(\frac{1}{n^2}\right)_2 y^2 + \left(\frac{1}{n^2}\right)_3 z^2 + 2\left(\frac{1}{n^2}\right)_4 yz + 2\left(\frac{1}{n^2}\right)_5 zx + 2\left(\frac{1}{n^2}\right)_6 xy = 1$$

Les conditions aux limites sont données par :

$$\vec{E} = 0 \Rightarrow \left(\frac{1}{n^2}\right)_1 = \frac{1}{n_x^2}$$

$$\left(\frac{1}{n^2}\right)_2 = \frac{1}{n_y^2}$$

$$\left(\frac{1}{n^2}\right)_3 = \frac{1}{n_z^2}$$

$$\left(\frac{1}{n^2}\right)_{4,5,6} = 0$$

On peut supposer qu'à champ appliqué non nul, on a :

$$\left(\frac{1}{n^2}\right)_i = \left(\frac{1}{n^2}\right)_{i\ (E=0)} + \Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_i$$

L'équation de l'ellipsoïde devient :

$$\left[\left(\frac{1}{n^2_x}\right)+\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_1\right]x^2+\left[\left(\frac{1}{n^2_y}\right)+\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_2\right]y^2+\left[\left(\frac{1}{n^2_z}\right)+\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_3\right]z^2$$

$$+2\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_4 yz+2\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_5 zx+2\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_6 xy=1$$

L'effet électrooptique étant linéaire, on peut l'écrire :

$$\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_i=\sum_{j=1}^{3} r_{ij}\,E_j \qquad \begin{matrix} i=1 \text{ à } 6 \\ j=1 \text{ à } 3 \end{matrix}$$

r_{ij} : Coefficient électrooptique

Soit encore sous forme tensorielle :

$$\begin{bmatrix} \Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_1 \\ \Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_2 \\ \Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_3 \\ \Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_4 \\ \Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_5 \\ \Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \\ r_{41} & r_{42} & r_{43} \\ r_{51} & r_{52} & r_{53} \\ r_{61} & r_{62} & r_{63} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix}$$

Pour les monocristaux de BSO seuls les coefficients électrooptiques r_{ij} non nuls sont : r_{41} , r_{52} , r_{63}

et tels que : $r_{41} = r_{52} = r_{63}$.

On peut alors écrire :

$$\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_1 = \Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_2 = \Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_3 = 0$$

$$\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_4 = r_{41}\ E_1$$

$$\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_5 = r_{52}\ E_2$$

$$\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_6 = r_{63}\ E_3$$

La nouvelle équation de l'ellipsoïde des indices devient :

$$\left(\frac{1}{n_x^2}\right)x^2 + \left(\frac{1}{n_y^2}\right)y^2 + \left(\frac{1}{n_z^2}\right)z^2 + 2r_{41}\ E_1\ yz + 2r_{52}E_2\ zx + 2\ r_{63}\ E_3\ xy = 1$$

1°) Lorsque le champ externe est appliqué dans la direction z (perpendiculairement à la face 001 du cristal) :

Nous avons : $E_1 = E_2 = 0$ et $E_3 = E$

L'équation devient :

$$\left(\frac{1}{n_x^2}\right)x^2 + \left(\frac{1}{n_y^2}\right)y^2 + \left(\frac{1}{n_z^2}\right)z^2 + 2r_{63}\ E\ xy = 1 \qquad (1)$$

Effectuons une rotation des axes de $\frac{\Pi}{4}$ dans le plan x y :

$$x = \frac{1}{\sqrt{2}} (x' - y') \text{ et } y = \frac{1}{\sqrt{2}} (x' + y')$$

$$n_x^2 = n_y^2 = n_o^2 \text{ et } n_z^2 = n_e^2$$

$$(1)\quad \frac{1}{n_o^2} \left(\frac{x'^2}{2} + \frac{y'^2}{2} - x'\,y' \right) + \frac{1}{n_o^2} \left(\frac{x'^2}{2} + \frac{y'^2}{2} + x'\,y' \right) + \frac{z^2}{n_e^2} + 2r_{63} E_3 \left(\frac{x'^2}{2} - \frac{y'^2}{2} \right) = 1$$

Soit $x'^2 \left(\frac{1}{n_o^2} + r E \right) + y'^2 \left(\frac{1}{n_o^2} - rE \right) + \frac{z^2}{n_e^2} = 1$

Posons : $\left(\frac{1}{n_{x'}} \right)^2 = \frac{1}{n_o^2} + rE = \frac{1}{n_o^2} (1 + n_o^2\, rE)$

$$\left(\frac{1}{n_{y'}} \right)^2 = \frac{1}{n_o^2} - rE = \frac{1}{n_o^2} (1 - n_o^2\, rE)$$

Supposons $rE \ll \frac{1}{n_o}$, $n_o^2\, rE \ll 1$

Nous obtenons :

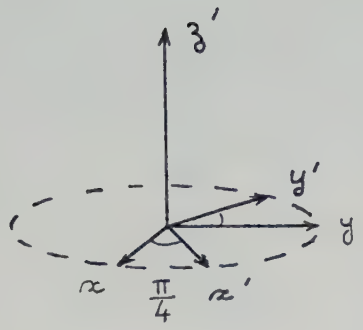
$$n_{x'} = \frac{n_o}{(1 + n_o^2\, rE)^{1/2}} \simeq n_o - \frac{1}{2} n_o^3\, rE$$

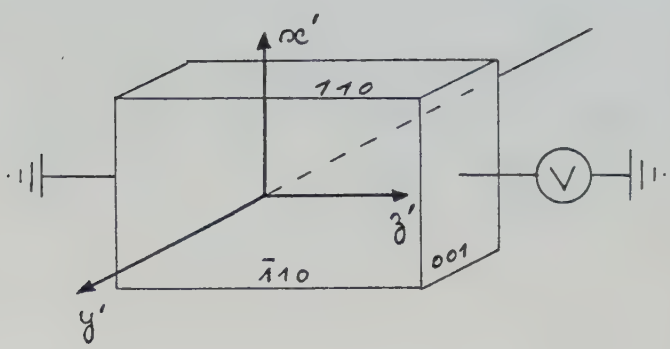
$$n_{y'} = \frac{n_o}{(1 - n_o^2\, rE)^{1/2}} \simeq n_o + \frac{1}{2} n_o^3\, rE$$

$$n_{z'} = n_z$$

Soit, en prenant un repère direct (trièdre direct) : (4)

$$n_{x'} = n_o + \frac{1}{2} n_o^3\, rE$$
$$n_{y'} = n_o - \frac{1}{2} n_o^3\, rE$$
$$n_{z'} = n_z = n_e$$



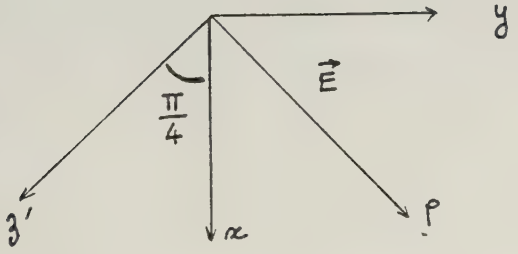


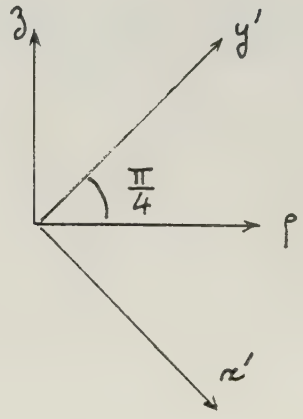
2°) Lorsque le champ est appliqué suivant le plan $\bar{1}10$ (perpendiculairement au plan 110),

Ses composantes sont :

$$E_1 = E_2 = \frac{E}{\sqrt{2}} \qquad E_3 = E_z = 0$$

Effectuons à partir du trièdre direct xyz deux rotations de $\frac{\Pi}{4}$:





L'ellipsoïde des indices s'écrit :

$$\frac{x^2}{n_x{}^2} + \frac{y^2}{n_y{}^2} + \frac{z^2}{n_z{}^2} + \sqrt{2}\, r_{41}\, E\, (yz + zx) = +1 \qquad (2)$$

Soit, en remplaçant xyz par x'y' et z' (trièdre direct) ; et en posant

$$n_{x'}{}^2 = n_{y'}{}^2 = n_o{}^2 \quad \text{et} \quad n_{z'}{}^2 = n_e{}^2$$

$$\frac{z'^2}{n_o^2} + x'^2 \left(\frac{1}{2\,n_o^2} + \frac{1}{2\,n_e^2} - rE\right) + y'^2\left(\frac{1}{2\,n_o^2} + \frac{1}{2\,n_e^2} + rE\right)$$

$$+ x'y'\left(\frac{1}{n_o^2} - \frac{1}{n_e^2}\right) = 1$$

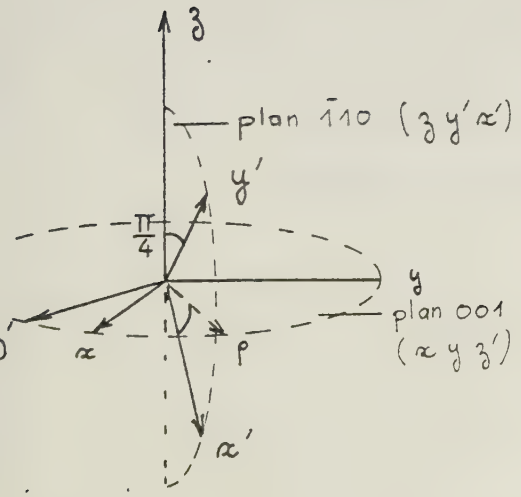
Posons $n_o^2 = n_e^2$, l'équation devient :

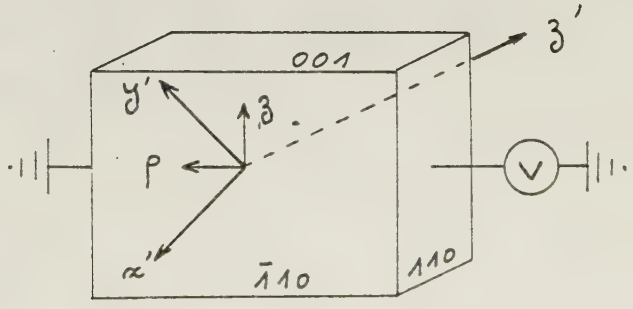
$$x'^2\left(\frac{1}{n_o^2} - rE\right) + y'^2\left(\frac{1}{n_o^2} + rE\right) + \frac{z'^2}{n_o^2} = 1$$

$$\left(\frac{1}{n_{x'}}\right)^2 = \frac{1}{n_o^2}\left(1 - n_o^2\, rE\right) \text{ et } \left(\frac{1}{n_{y'}}\right)^2 = \frac{1}{n_o^2}\left(1 + n_o^2\, rE\right)$$

Supposons $rE \ll n_o^2$, on obtient :

$$n_{x'} \simeq n_o \left(1 + \frac{1}{2}\, n_o^2\, rE\right)$$
$$n_{y'} \simeq n_o \left(1 - \frac{1}{2}\, n_o^2\, rE\right)$$
$$n_{z'} = n_o$$





A N N E X E II

ETATS DE POLARISATION DES ONDES DIFFRACTEES PAR UN RESEAU DE PHASE ELEMENTAIRE ENREGISTRE DANS LE BSO

Soit un monocristal BSO soumis à un champ électrique, en configuration électrooptique transverse n° 1 (champ appliqué perpendiculairement à la face 100) ; il apparaît des axes de biréfringence x' et y' par effet électro-optique linéaire.

Les indices suivant ces axes sont :

$$n_{x'} = n_o + \frac{1}{2} n_o^3 rE \qquad \begin{cases} \text{où } r = r_{41} = r_{52} = r_{63} \\ \text{Coefficient électrooptique.} \end{cases}$$

$$n_{y'} = n_o - \frac{1}{2} n_o^3 rE$$

Si on a enregistré un système de franges de pas Λ dans le cristal, par l'intermédiaire du champ de charge d'espace, on induit une modulation d'indice et l'on peut écrire :

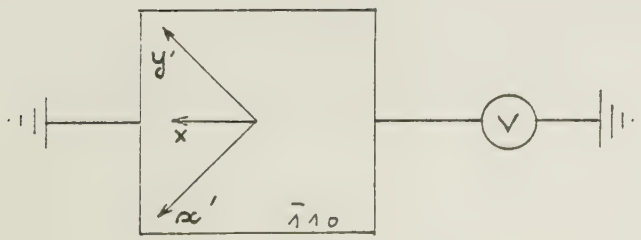
$$n_{x'} = n_o + \frac{1}{2} n_o^3 r_{41} (E_o - \delta E_{sc} \cos \vec{K}.\vec{X})$$

$$n_{y'} = n_o - \frac{1}{2} n_o^3 r_{41} (E_o - \delta E_{sc} \cos K.X)$$

où E_o est l'amplitude du champ externe appliqué.

δE_s amplitude de la modulation du champ de charge d'espace

$\vec{K}$ Vecteur d'onde spatial, $|| \vec{K} || = \frac{2\Pi}{\Lambda}$.



Remarque : On ne tient pas compte ici du déphasage entre le réseau lumineux et le réseau d'indice.

Nous présentons trois méthodes qui permettent de prévoir les états de polarisation des faisceaux transmis et diffracté, compte tenu de l'expression de la matrice de transfert du cristal (chapitre II).

1°) Propagation suivant les axes x' et y' de biréfringence

Soient : $E_{Lx'}\ e^{j(\omega t - k_{x'} z)}$

$E_{L_{y'}}\ e^{j(\omega t - k_{y'} z)}$

Les composantes à l'entrée du cristal (z = 0) de l'onde lumineuse de lecture, d'amplitude E_L.

Nous avons : $k_{x'} = \frac{2\Pi}{\lambda_o} n_{x'} = \frac{2\Pi}{\lambda_o} \left(n_o + \frac{1}{2} n_o^3 rE \right)$

$$k_{y'} = \frac{2\Pi}{\lambda_o} n_{y'} = \frac{2\Pi}{\lambda_o} \left(n_o - \frac{1}{2} n_o^3 rE \right)$$

$$E = E_o - \delta E_{sc} \cos \vec{K}.\vec{X}$$

Si nous négligeons l'activité optique du cristal ($\rho_o \simeq 0$) nous pouvons écrire les composantes de E_L dans le BSO suivant x' et y' :

$$X' : E_{Lx'} \cdot e^{-j \frac{2\Pi}{\lambda_o} z \left(n_o + \frac{1}{2} r n_o^3 (E_o - \delta E \cos K.\vec{x})\right)} \cdot e^{j\omega t}$$

$$Y' : E_{Ly'} \cdot e^{-j \frac{2\Pi}{\lambda_o} z \left(n_o - \frac{1}{2} n_o^3 r (E_o - E \cos K.x)\right)} \cdot e^{j\omega t}$$

Posons $\theta = \frac{2\Pi}{\lambda_o} n_o^3 r E$ et $\theta_o = \frac{2\Pi}{\lambda_o} n_o^3 r E_o$.

(E_o : intensité du champ appliqué au cristal).

Les composantes du champ $\vec{E}_L$ à la sortie du cristal d'épaisseur z s'écrivent :

$$X' : \quad e^{j\omega t} \quad e^{-j \frac{2\Pi}{\lambda_o} n_o z} \quad e^{-j\left(\frac{\theta_o}{2} z - \frac{\theta_o}{2} \frac{\delta E}{E_o} \cos (K.x) - z\right)}$$

$$Y' : \quad e^{j\omega t} \quad e^{-j \frac{2\Pi}{\lambda_o} n_o z} \quad e^{+j\left(\frac{\theta_o}{2} z - \frac{\theta_o}{2} \frac{\delta E}{E_o} \cos (K.x).z\right)}$$

Les rendements de diffraction étant faibles, l'amplitude de la modulation du champ de charge d'espace δE est faible et l'on peut supposer :

$$\delta E << E_o$$

Rappelons le développement en fonctions de Bessel suivant :

$$e^{j\phi \cos x} = \sum_{n=\infty}^{\infty} i^n \; J_n (\phi_o) \cos (n.x)$$

L'hypothèse précédente nous permet de ne conserver que les premiers termes du développement des expressions :

$$e^{+j\left\{\left(\frac{\theta_o}{2} \frac{\delta E}{E_o}\right).\cos (Kx)\right\} z} \quad \text{et} \quad e^{-j\left\{\left(\frac{\theta_o}{2} \frac{\delta E}{E_o} z\right).\cos (Kx)\right\} z}$$

$$e^{+j\left(\frac{\theta_o}{2} \frac{\delta E}{E_o} z\right) \cos(Kx)} \simeq J_o\left(\frac{\theta_o}{2} \frac{\delta E}{E_o} z\right) + j\, J_1\left(\frac{\theta_o}{2} \frac{\delta E}{E_o} z\right).\cos \vec{K}\hat{x}$$

et $$e^{-j\left(\frac{\theta_o}{2} \frac{\delta E}{E_o} z\right) \cos(Kx)} \simeq J_o\left(\frac{\theta_o}{2} \frac{\delta E}{E_o} z\right) - j\, J_1\left(\frac{\theta_o}{2} \frac{\delta E}{E_o} z\right).\cos \vec{K}\hat{x}$$

Les composantes du champ à la sortie du cristal deviennent :

$$x' : e^{j\omega t}\, e^{-j\frac{2\pi}{\lambda_0} n_0 z}\, e^{-j\frac{\theta_0}{2} z} \left\{ J_0\left(\frac{\theta_0}{2}\frac{\delta E}{E_0} z\right) + j\, J_1\left(\frac{\theta_0}{2}\frac{\delta E}{E_0} z\right) \cos \vec{K}.\vec{x} \right\}$$

$$y' : e^{j\omega t}\, e^{-j\frac{2\pi}{\lambda_0} n_0 z}\, e^{-j\frac{\theta_0}{2} z} \left\{ J_0\left(\frac{\theta_0}{2}\frac{\delta E}{E_0} z\right) - j\, J_1\left(\frac{\theta_0}{2}\frac{\delta E}{E_0} z\right) \cos \vec{K}.\vec{x} \right\}$$

Les composantes en $\cos(\vec{K}.\vec{x})$ sont diffractées dans la direction $\vec{K}$ $\vec{x}$: composantes du premier ordre (+ 1).

Les composantes en $\underset{\pm n}{J} \cos(n\,\vec{K}.\vec{x})$ sont celles des ordres $\pm$ n.

Au facteur de phase $e^{j\omega t}$ près on obtient :

Ordre zéro :

$$x' : e^{-j\frac{2\pi}{\lambda_0} n_0 z}\, e^{-j\frac{\theta_0}{2} z} \cdot J_0\left(\frac{\theta_0}{2}\frac{\delta E}{E_0} z\right) \cdot E_{L_{x'}}$$

$$y' : e^{-j\frac{2\pi}{\lambda_0} n_0 z}\, e^{+j\frac{\theta_0}{2} z} \cdot J_0\left(\frac{\theta_0}{2}\frac{\delta E}{E_0} z\right) \cdot E_{L_{y'}}$$

Ordre + 1 :

$$x' : e^{-j\frac{2\pi}{\lambda_0} n_0 z}\, e^{-j\left(\frac{\theta_0}{2} z - \frac{\pi}{2}\right)} \cdot J_1\left(\frac{\theta_0}{2}\frac{\delta E}{E_0} z\right) \cdot E_{L_{x'}}$$

$$y' : e^{-j\frac{2\pi}{\lambda_0} n_0 z}\, e^{+j\left(\frac{\theta_0}{2} z - \frac{\pi}{2}\right)} \cdot J_1\left(\frac{\theta_0}{2}\frac{\delta E}{E_0} z\right) \cdot E_{L_{y'}}$$

2°) Méthode utilisant la matrice de transfert complète M_T :

La matrice de transfert du BSO s'écrit (Chapitre II) :

$$M_T = \begin{pmatrix} \cos \Delta z + i \sin \Delta z . \sin \psi & - \cos \psi . \sin \Delta z \\ + \cos \psi . \sin \Delta z & \cos \Delta z - i \sin \Delta z . \sin \psi \end{pmatrix} e^{j\phi}$$

où $\Delta = \left(\rho^2 + \frac{\theta^2}{4} \right)^{1/2}$

$$\sin \psi = \frac{- \theta}{2\Delta} \quad \text{et} \quad \cos \psi = \frac{- \rho}{\Delta}$$

Supposons l'activité optique nulle $\rho_o \simeq 0$.

$$\Delta = \frac{\theta}{2} \quad , \sin \psi = - 1 \quad \cos \psi = 0$$

La matrice de transfert devient :

$$M_T \simeq \begin{pmatrix} e^{-j \frac{\theta}{2} z} & 0 \\ 0 & e^{+j \frac{\theta}{2} z} \end{pmatrix} . e^{j \phi}$$

où $\theta = \frac{2\Pi}{\lambda_o} . n_o^3 . r . (E_o - \delta E \cos K.\vec{x}) = \theta_o (1 - \alpha)$

$$\alpha = \frac{\delta E}{E_o} \cos K.x.$$

et

$$\phi = - \frac{1}{2} (k^+ + k^-) z$$

Le champ à la sortie du cristal d'épaisseur z s'écrit :
(en utilisant le développement en fonctions de Bessel et l'hypothèse $\delta E \ll E_o$).

$$X' : e^{j\omega t} \cdot e^{j\phi} \cdot e^{-j\frac{\theta_o}{2} z} \cdot \left\{ J_o\left(\frac{\theta_o}{2} \frac{\delta E}{E_o} z\right) + j\, J_1\left(\frac{\theta_o}{2} \cdot \frac{\delta E}{E_o} z\right) \cos \vec{K}.\vec{x} \right\} . E_{Lx'}$$

$$Y' : e^{j\omega t} \cdot e^{j\phi} \cdot e^{+j\frac{\theta_o}{2} z} \left\{ J_o\left(\frac{\theta_o}{2} \frac{\delta E}{E_o} z\right) - j\, J_1\left(\frac{\theta_o}{2} \cdot \frac{\delta E}{E_o} z\right) \cos \vec{K}.\vec{x} \right\} E_{Ly'}$$

Au facteur de phase $e^{j\omega t}$ près on obtient :

Ordre zéro :

$$X' : e^{j\Phi} \cdot e^{-j\frac{\theta_o}{2} z} \cdot J_o\left(\frac{\theta_o}{2} \frac{\delta E}{E_o} z\right) \cdot E_{Lx'}$$

$$Y' : e^{j\Phi} \cdot e^{+j\frac{\theta_o}{2} z} \cdot J_o\left(\frac{\theta_o}{2} \frac{\delta E}{E_o} z\right) \cdot E_{Ly'}$$

Ordre + 1 :

$$X' : e^{j\Phi} \cdot e^{-j\left(\frac{\theta_o}{2} z - \frac{\pi}{2}\right)} \cdot J_1\left(\frac{\theta_o}{2} \cdot \frac{\delta E}{E_o} \cdot z\right) \cdot E_{Lx'}$$

$$Y' : e^{j\Phi} \cdot e^{+j\left(\frac{\theta_o}{2} z - \frac{\pi}{2}\right)} \cdot J_1\left(\frac{\theta_o}{2} \cdot \frac{\delta E}{E_o} \cdot z\right) E_{Ly'}$$

Explicitons le facteur de phase $e^{j\phi}$:

$$\phi = -\left(\frac{k^+ + k^-}{2}\right) z$$

avec $k_{\pm}^2 = \omega^2 \mu\varepsilon \left(1 \pm \sqrt{\frac{\eta^2}{\varepsilon^2} + \frac{\gamma^2}{\varepsilon^2}}\right)$ et $\eta^2 = (n_o^4\, r\, E)^2$

$$\omega\sqrt{\left(\frac{\mu}{\varepsilon}\right)} = \frac{2\,\Pi}{\lambda_o\, n_o}$$

$$k_+^2 + k_-^2 = 2\,\omega^2\,\mu\varepsilon$$

$$k_+^2\,k_-^2 = \omega^2\,\mu\varepsilon \cdot \left\{ 1 - \left(\frac{\eta^2}{\varepsilon^2} + \frac{\gamma^2}{\varepsilon^2} \right) \right\} \qquad \text{(cf chapitre II)}$$

$$(k_+ + k_-)^2 \simeq 4\,\omega^2\,\mu\varepsilon - \frac{\omega^2\,\mu}{\varepsilon}\,(\eta^2 + \gamma^2)$$

$2\rho = \sqrt{\frac{\omega^2\,\mu}{\varepsilon}\,\gamma^2}$; si $\rho \simeq 0$ les termes en $\frac{\omega^2\,\mu\,\gamma^2}{\varepsilon}$ deviennent négligeables, d'où :

$$(k_+ + k_-)^2 \simeq \frac{\omega^2\,\mu}{\varepsilon}\,(4\,\varepsilon^2 - \eta^2)$$

avec $\varepsilon = n_o^2$, $\eta^2 = (n_o^4\ r\ E)^2$ et $\omega\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = \frac{2\,\Pi}{\lambda_o\,n_o}$

$$(k_+ + k_-)^2 \simeq \omega^2 \cdot \frac{\mu}{\varepsilon}\,(4\,n_o^4 - n_o^8\,r^2\,E^2)$$

$$\simeq \omega^2 \cdot \frac{\mu}{\varepsilon} \cdot (4\,n_o^4)$$

D'où $\left| k_+ + k_- \right| \simeq \frac{2\pi}{\lambda_o} \cdot 2\,n_o$

Soit $\boxed{\Phi = -\frac{2\pi}{\lambda_o} \cdot n_o\ z}$

On obtient donc, au facteur de phase près $e^{j\omega t}$:

Ordre zéro :

$$x' : e^{-j\frac{2\pi}{\lambda_o} n_o z} \cdot e^{-j\frac{\theta_o}{2} z} \cdot J_o\left(\frac{\theta_o}{2} \cdot \frac{\delta E}{E_o} \cdot z\right) \cdot E_{L_{x'}}$$

$$y' : e^{-j\frac{2\pi}{\lambda_o} n_o z} \cdot e^{+j\frac{\theta_o}{2} z} \cdot J_o\left(\frac{\theta_o}{2} \cdot \frac{\delta E}{E_o} \cdot z\right) \cdot E_{L_{y'}}$$

Ordre + 1 :

$$X' : e^{-j\frac{2\pi}{\lambda_0} n_0 z} \; e^{-j\left(\frac{\theta_0}{2} z - \frac{\pi}{2}\right)} \cdot J_1\left(\frac{\theta_0}{2} z \, \frac{\delta E}{E_0}\right) E_{L_{x'}}$$

$$Y' : e^{-j\frac{2\pi}{\lambda_0} n_0 z} \; e^{+j\left(\frac{\theta_0}{2} z - \frac{\pi}{2}\right)} \cdot J_1\left(\frac{\theta_0}{2} z \cdot \frac{\delta E}{E_0}\right) E_{L_{y'}}$$

3°) Méthode utilisant les matrices d'accroissement obtenues à partir de la matrice de transfert M_T

La matrice de transfert du BSO s'écrit :

$$M_T \, e^{-j\phi} = \begin{pmatrix} \cos \Delta z + i \sin \Delta z \sin \psi & -\cos \psi \cdot \sin \Delta z \\ + \cos \psi \cdot \sin \Delta z & \cos \Delta z - i \sin \Delta z . \sin \psi \end{pmatrix}$$

soit :

$$M_T \, e^{-j\phi} = \begin{pmatrix} A + iB & -C \\ +C & A - iB \end{pmatrix}$$

avec $\phi = -\frac{2\pi}{\lambda_0} n_0 z$

$A = \cos \Delta z$ $\qquad \Delta = (\rho^2 + \frac{\theta^2}{4})^{1/2}$

$B = \sin \Delta z \sin \psi$ $\qquad \sin \psi = \frac{-\theta}{2\Delta}$

$C = \sin \Delta z \cos \psi$ $\qquad \cos \psi = \frac{-\rho}{\Delta}$

Nous supposons que $\delta E << E_o$ et effectuons un développement limité des différents termes :

$$\Delta^2 = \rho^2 + \frac{1}{4}\left[\frac{2\Pi}{\lambda_o} n_o^3 \; r \; (E_o - \delta E \cos Kx\right]^2$$

$$\simeq \rho^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{2\Pi}{\lambda_o} n_o^3 \; r \; E_o\right)^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{2\Pi}{\lambda_o} n_o^3 \; r\right)\left(-2 E_o \delta E \cos kx\right) + G\left(\frac{\delta E^2}{E_o^2}\right)$$

$$\simeq \rho^2 + \frac{\theta_o^2}{4} + \frac{\theta_o^2}{4}\left(-2\frac{\delta E}{E_o} \cos K.x\right) + G\left(\frac{\delta E^2}{E_o^2}\right)$$

$\underline{\Delta \simeq \Delta_o + \delta\Delta}$ où $\Delta_o = \left(\rho^2 + \frac{\theta_o^2}{4}\right)^{1/2}$

$$\delta\Delta = -\frac{1}{4}\frac{\theta_o^2}{\Delta_o^2}\frac{\delta E}{E_o} \cos \vec{K}.\vec{x}.$$

De même, nous obtenons :

$\underline{\psi \simeq \psi_o + \delta\psi}$ où $tg\,\psi_o = \frac{\theta_o}{2\rho}$

$$\delta\psi = \frac{\delta\Delta}{\Delta_o \; tg \; \psi_o}$$

et $\underline{\theta = \theta_o + \delta\theta}$ où $\theta_o = \frac{2\Pi}{\lambda_o} n_o^3 \, r \, E_o$

$$\delta\theta = -\frac{2\pi}{\lambda_o} m_o^3 r \, \delta E \cos Kx$$

Nous développons chacun des termes de la matrice $M_T\, e^{-j\phi}$, selon la méthode des accroissements finis. Nous obtenons au premier ordre :

$$\cos\ \Delta z \simeq \cos(\Delta_o\ z) - \delta\Delta .\ z\ .\ \sin(\Delta_o\ z)$$

$$\sin\ \Delta z \simeq \sin(\Delta_o\ z) + \delta\Delta . z .\ \cos(\Delta_o\ z)$$

$$\cos\ \psi \simeq \cos\ \psi_o - \delta\Delta\ \sin\ \psi_o$$

$$\sin\ \psi \simeq \sin\ \psi_o + \delta\Delta\ \cos\ \psi_o$$

On peut alors écrire :

$$A = \cos\ \Delta z = A_o + a$$
$$B = \sin\ \Delta z\ \sin\Psi = B_o + b$$
$$C = \sin\ \Delta z\ \cos\Psi = C_o + c$$

avec $A_o = \cos(\Delta_o\ z)$

$B_o = \sin(\Delta_o\ z).\sin\ \psi_o$

$C_o = \sin(\Delta_o\ z).\cos\ \psi_o$

et

$$a = (-z\,\delta\Delta)\ \sin(\Delta_o\ z)$$

$$b = (-z\,\delta\Delta)\left(-\frac{\delta\psi}{\delta\Delta}\cdot\frac{1}{z}\sin(\Delta_o z)\cos\psi_o - \cos(\Delta_o\ z)\ \sin\ \psi_o\right)$$
$$- z\ \delta\Delta^2\ \left(\frac{\delta\psi}{\delta\Delta}\right)\cos(\Delta_o\ z).\cos\psi_o$$

$$c = (-z\,\delta\Delta)\left(+\frac{\delta\psi}{\delta\Delta}\ \frac{1}{z}\ \sin(\Delta_o\ z).\sin\psi_o - \cos(\Delta_o\ z).\cos\ \psi_o\right)$$
$$- z\ \delta\Delta^2 \cdot \left(\frac{\delta\psi}{\delta\Delta}\right)\cos(\Delta_o\ z)\ .\ \sin\ \psi_o$$

avec $\dfrac{\delta\psi}{\delta\Delta} = \dfrac{\text{cotg}\ \psi_o}{\Delta_o}$

On peut encore écrire a,b,c sous la forme :

$$a = (-\,z\,\delta\Delta)\,\sin(\Delta_o\,z)$$

$$b = (-\,z\,\delta\Delta)\left[-\frac{\delta\psi}{\delta\Delta}\,\frac{1}{z}\,\sin(\Delta_o\,z)\cos\psi_o - \cos(\Delta_o\,z)\sin\psi_o\right] + \xi^2\,\left(\frac{\delta E^2}{E_o^2}\right)$$

$$c = (-\,z\,\delta\Delta)\left[+\frac{\delta\psi}{\delta\Delta}\,\frac{1}{z}\,\sin(\Delta_o\,z)\sin\psi_o - \cos(\Delta_o\,z)\cos\psi_o\right] + \xi^2\left(\frac{\delta E^2}{E_o^2}\right)$$

Puisque nous avons supposé $\delta E \ll E_o$, nous négligeons les termes en $\left(\frac{\delta E^2}{E_o^2}\right)$ et on obtient :

$$a \simeq (-\,z\,\delta\Delta)\,\sin(\Delta_o\,z)$$

$$b \simeq (-\,z\,\delta\Delta)\left(-\cos(\Delta_o\,z)\sin\psi_o - \frac{\cos^2\psi_o}{\sin\psi_o}\cdot\frac{\sin(\Delta_o\,z)}{(\Delta_o\,z)}\right)$$

$$c \simeq (-\,z\,\delta\Delta)\left(-\cos(\Delta_o\,z)\cos\psi_o + \cos\psi_o\cdot\frac{\sin(\Delta_o\,z)}{(\Delta_o\,z)}\right)$$

où $-\,z\,\delta\Delta = +\dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{\theta_o^2}{\Delta_o}\cdot z\cdot\left(\dfrac{\delta E}{E_o}\right)\cos\vec{K}.\vec{x}.$

La matrice de transfert M_T se met alors sous la forme :

$$\boxed{M_T\ e^{-j\phi} = M_o + m} \quad \text{où} \quad M_o = \begin{pmatrix} A_o + iB_o & -C_o \\ +C_o & A_o - iB_o \end{pmatrix}$$

$$m = \begin{pmatrix} a + ib & -c \\ -c & a - ib \end{pmatrix}$$

La matrice M_o permet de calculer la polarisation de l'ordre zéro (faisceau transmis qui ne "voit" pas le réseau) et la matrice m, qui contient en facteur, le terme cos $\vec{K}.\vec{x}$ permet de calculer la polarisation de l'ordre diffracté + 1.

Pour connaître la polarisation des ordres supérieurs, il faut tenir compte des termes en $\left(\frac{\delta E^2}{E_o^2}\right)$ dans l'expression de Δ^2.

Pour comparer les résultats obtenus avec les deux autres modes de calcul et simplifier les équations, nous supposons que l'activité optique du milieu est négligeable ($\rho_o \simeq 0$).

a) Polarisation de l'ordre zéro :

$\rho_o \simeq 0$

$$M_o \simeq \begin{pmatrix} \cos \frac{\theta_o}{2} z - i \sin \frac{\theta_o}{2} z & 0 \\ 0 & \cos \frac{\theta_o}{2} z + i \sin \frac{\theta_o}{2} z \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} e^{-j\theta_o/2\ z} & 0 \\ 0 & e^{+j\ \theta_o/2\ z} \end{pmatrix}$$

L'onde incidente $\vec{E}_L$ s'écrit suivant les axes x' et y' :

$$E_{L_{x'}} = E_L \cdot \cos \psi$$

$$E_{L_{y'}} = E_L \cdot \sin \psi$$

L'onde sortante transmise s'écrit :

$$X' : e^{+j\phi} \cdot e^{j\omega t} \cdot e^{-j \frac{\theta_o}{2} z} \cdot E_{L_{x'}}$$

$$Y' : e^{+j\phi} \cdot e^{j\omega t} \cdot e^{+j \frac{\theta_o}{2} z} \cdot E_{L_{y'}}$$

b) Polarisation de l'ordre + 1

$$\rho_o \simeq 0$$

$$m \simeq \frac{1}{2}\,\theta_o\, z.\,(\frac{\delta E}{E_o})\ \cos \vec{K}.\vec{x} \begin{pmatrix} e^{-j(\frac{\theta_o}{2} z - \frac{\Pi}{2})} & 0 \\ 0 & e^{+j(\frac{\theta_o}{2} z - \frac{\Pi}{2})} \end{pmatrix}$$

L'onde sortante diffractée dans l'ordre + 1 s'écrit :

$$X' : e^{+j\phi}\ e^{j\omega t}\ .\ e^{-j(\frac{\theta_o}{2} z - \frac{\Pi}{2})}\ .\ \frac{1}{2}\,\theta_o\, z.\,\frac{\delta E}{E_o}\ .\ E_{L_{x'}}$$

$$Y' : e^{+j\phi}\ .\ e^{j\omega t}\ .\ e^{+j(\frac{\theta_o}{2} z - \frac{\Pi}{2})}\ .\ \frac{1}{2}\,\theta_o\, z.\,\frac{\delta E}{E_o}\ .\ E_{L_{y'}}$$

En négligeant le facteur $e^{j\omega t}$ on obtient :

Ordre zéro :

$$X' : e^{-j\frac{2\Pi}{\lambda_o} n_o z}\ .\ e^{-j\frac{\theta_o}{2} z}\ .\ E_{L_{x'}}$$

$$Y' : e^{-j\frac{2\Pi}{\lambda_o} n_o z}\ .\ e^{+j\frac{\theta_o}{2} z}\ .\ E_{L_{y'}}$$

Ordre + 1 :

$$X' : e^{-j\frac{2\Pi}{\lambda_o} n_o z}\ .\ e^{-j(\frac{\theta_o}{2} z - \frac{\Pi}{2})}\ .\ (\frac{\theta_o}{2} . z . \frac{\delta E}{E_o})\ .\ E_{L_{x'}}$$

$$Y' : e^{-j\frac{2\Pi}{\lambda_o} n_o z}\ .\ e^{+j(\frac{\theta_o}{2} z - \frac{\Pi}{2})}\ .\ (\frac{\theta_o}{2} z \frac{\delta E}{E_o})\ .\ E_{L_{y'}}$$

Si $\frac{\delta E}{E_o} << 1$, $J_o\,(\frac{\theta_o}{2} . z . \frac{\delta E}{E_o}) \simeq 1$

et $J_1\,(\frac{\theta_o}{2} z \frac{\delta E}{E_o}) \simeq \frac{\theta_o}{2} . z . \frac{\delta E}{E_o}$

On obtient donc des résulats identiques à ceux donnés par les deux premières méthodes, soit, en prenant les parties réelles et en normalisant les amplitudes (on néglige le facteur de phase $e^{-j \frac{2\Pi}{\lambda_o} n_o z}$) :

Ordre zéro :		ordre + 1	
X' :	$\cos \psi \cdot \cos (\omega t - \frac{\theta_o}{2} z)$	X' :	$- \cos \psi \cdot \sin (\omega t - \frac{\theta_o}{2} z)$
Y' :	$\sin \psi \cdot \cos (\omega t + \frac{\theta_o}{2} z)$	Y' :	$+ \sin \psi \cdot \sin (\omega t + \frac{\theta_o}{2} z)$